

BPM_STAE: Koncepty a procedury - cvičení 6, kapitola 5

1. Vysvětlete pojmy náhodná veličina, diskrétní náhodná veličina a spojitá náhodná veličina. Uveďte jeden příklad diskrétní a jeden příklad spojitě náhodné veličiny.
2. Určete, zda jsou následující náhodné veličiny diskrétní nebo spojité:
 - (a) Zbývající čas na parkovacím automatu
 - (b) Počet zlomených baseballových pálek během jedné sezóny Major League Baseball
 - (c) Počet aut na parkovišti v daný okamžik
 - (d) Cena automobilu Škoda Octavia
 - (e) Počet aut projíždějících mostem během jednoho dne
 - (f) Čas strávený lékařem při vyšetření pacienta
 - (g) Počet knih v batohu studenta
3. Vysvětlete pojem pravděpodobnostní rozdělení diskrétní náhodné veličiny. Uveďte příklad takového rozdělení.
4. Stručně vysvětlete dvě základní vlastnosti pravděpodobnostní funkce diskrétní náhodné veličiny.
5. Každá z následujících tabulek obsahuje hodnoty x a jejich pravděpodobnosti $P(x)$. U každé tabulky ověřte, zda představuje platné pravděpodobnostní rozdělení. Svou odpověď zdůvodněte.

x	$P(x)$
0	0.10
1	0.05
2	0.45
3	0.40

x	$P(x)$
2	0.35
3	0.28
4	0.20
5	0.14

x	$P(x)$
7	-0.25
8	0.85
9	0.40

6. Následující tabulka udává pravděpodobnostní rozdělení diskrétní náhodné veličiny x .

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(x)$	0.11	0.19	0.28	0.15	0.12	0.09	0.06

Najděte následující pravděpodobnosti:

- (a) $P(3)$
 - (b) $P(x \leq 2)$
 - (c) $P(x \geq 4)$
 - (d) $P(1 \leq x \leq 4)$
 - (e) Pravděpodobnost, že x nabude hodnotu menší než 4.
 - (f) Pravděpodobnost, že x nabude hodnotu větší než 2.
 - (g) Pravděpodobnost, že x nabude hodnotu v intervalu od 2 do 5.
7. Stručně vysvětlete pojmy střední hodnota a směrodatná odchylka diskrétní náhodné veličiny. Uveďte, jak se tyto hodnoty vypočítávají, a vysvětlete jejich význam v kontextu pravděpodobnostního rozdělení.
 8. Najděte střední hodnotu a směrodatnou odchylku pro každé z následujících pravděpodobnostních rozdělení.

a.

x	$P(x)$
0	0.16
1	0.27
2	0.39
3	0.18

b.

x	$P(x)$
6	0.40
7	0.26
8	0.21
9	0.13

9. Stručně vysvětlete následující pojmy.

- (a) Binomický experiment (b) Pokus (c) Binomická náhodná veličina

10. Jaké jsou parametry pravděpodobnostního rozdělení binomického experimentu a co představují? Popište význam těchto parametrů.

11. Určete, které z následujících situací jsou binomické experimenty, a vysvětlete proč:

- (a) Hodíme desetkrát kostkou a pozorujeme počet ok.
(b) Hodíme dvanáctkrát kostkou a sledujeme, zda padlo sudé nebo liché číslo.
(c) Náhodně vybereme několik voličů z velké populace a sledujeme, zda podporují určitý návrh, přičemž víme, že 54 % všech voličů tento návrh podporuje.

12. Které z následujících jsou binomické experimenty? Vysvětlete proč.

- (a) Vytažení 3 míčků s opakováním z krabice obsahující 10 míčků, z nichž 6 je červených a 4 jsou modré, a pozorování barev vytažených míčků.
(b) Vytažení 3 míčků bez opakování z krabice obsahující 10 míčků, z nichž 6 je červených a 4 jsou modré, a pozorování barev vytažených míčků.
(c) Výběr několika domácností z New Yorku a pozorování, zda vlastní akcie, když je známo, že 28 % všech domácností v New Yorku vlastní akcie.

13. Nechť x je diskrétní náhodná veličina, která má binomické rozdělení. Pomocí binomického vzorce spočítejte následující pravděpodobnosti.

- (a) $P(5)$ pro $n = 8$ a $p = 0.70$ (b) $P(3)$ pro $n = 4$ a $p = 0.40$ (c) $P(2)$ pro $n = 6$ a $p = 0.30$

Ověřte své odpovědi pomocí Tabulky I v Příloze B.

14. Nechť x je diskrétní náhodná veličina s binomickým rozdělením.

- (a) Pomocí Tabulky I v Příloze B napište pravděpodobnostní rozdělení veličiny x pro $n = 5$ a $p = 0.80$. Výsledek zobrazte graficky.
(b) Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku pravděpodobnostního rozdělení získaného v části a.

15. Binomické pravděpodobnostní rozdělení je symetrické pro $p = 0.50$, zešikmené doprava pro $p < 0.50$ a zešikmené doleva pro $p > 0.50$. Pro každý z těchto tří případů:

- (a) Napište tabulku pravděpodobností. (b) Nakreslete graf rozdělení.

Zvolte libovolné hodnoty n (větší nebo rovné 4) a p .

16. Vysvětlete pojem hypergeometrického rozdělení pravděpodobnosti. Kdy se toto rozdělení používá pro výpočet pravděpodobnosti diskrétní náhodné veličiny? Uveďte příklad situace, ve které je vhodné použít hypergeometrické rozdělení pravděpodobnosti.

17. Nechť $N = 8$, $r = 3$ a $n = 4$. Pomocí vzorce pro hypergeometrické rozdělení pravděpodobnosti spočítejte:

- (a) $P(2)$ (b) $P(0)$ (c) $P(x \leq 1)$

18. Necht $N = 11$, $r = 4$ a $n = 4$. Pomocí vzorce pro hypergeometrické rozdělení pravděpodobnosti spočítejte:

(a) $P(2)$

(b) $P(4)$

(c) $P(x \leq 1)$

19. Jaké podmínky musí být splněny pro použití Poissonova rozdělení pravděpodobnosti?

20. Co je parametrem Poissonova rozdělení pravděpodobnosti a jaký je jeho význam?

21. Pomocí Poissonovy formule vypočítejte následující pravděpodobnosti.

(a) $P(x \leq 1)$ pro $\lambda = 5$

(b) $P(2)$ pro $\lambda = 2.5$

Ověřte tyto pravděpodobnosti pomocí Tabulky III v Příloze B.

22. Uvažujte náhodnou veličinu s Poissonovým rozdělením. Pomocí tabulky Poissonových pravděpodobností napište hodnoty pravděpodobnostní funkce pro následující hodnoty parametru λ . Pro každé z těchto pravděpodobnostních rozdělení určete průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku. Nakreslete graf pro každé z těchto pravděpodobnostních rozdělení.

(a) $\lambda = 1.3$

(b) $\lambda = 2.1$