

## BPM\_STAE: Sbírka úloh - cvičení 6, kapitola 5

### Příklad 1

V určité skupině domácností se národní zprávy sledují na jedné z následujících tří sítí - ABC, CBS, nebo NBC. V určitý den pět domácností z této skupiny náhodně a nezávisle rozhodne, který z těchto kanálů bude sledovat. Nechť  $x$  představuje počet domácností z těchto pěti, které se rozhodnou sledovat zprávy na kanálu ABC. Je  $x$  diskrétní, nebo spojitá náhodná veličina? Vysvětlete. Jakých hodnoty může  $x$  nabývat?

### Příklad 2

Nechť  $x$  představuje počet aut, která náhodně vybraný automechanik opraví v daný den. Následující tabulka uvádí pravděpodobnostní rozdělení veličiny. Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku náhodné veličiny. Poskytněte stručnou interpretaci střední hodnoty.

$x$	2	3	4	5	6
$P(x)$	0,05	0,22	0,40	0,23	0,10

### Příklad 3

Nechť  $x$  představuje počet urgentních zákroků srdce prováděných Dr. Sharpem v průběhu jednoho pondělí. Následující tabulka uvádí pravděpodobnostní rozdělení veličiny. Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku náhodné veličiny. Poskytněte stručnou interpretaci střední hodnoty.

$x$	0	1	2	3	4	5
$P(x)$	0,13	0,28	0,30	0,17	0,08	0,04

### Příklad 4

Finanční oddělení společnosti Tipper Corporation určilo, že existuje pravděpodobnost 0,17, že společnost během příštího roku utrpí ztrátu ve výši 1,2 milionu dolarů, pravděpodobnost 0,21, že utrpí ztrátu ve výši 0,7 milionu dolarů, pravděpodobnost 0,37, že dosáhne zisku 0,9 milionu dolarů, a pravděpodobnost 0,25, že dosáhne zisku 2,3 milionu dolarů.

- Bud'  $x$  náhodná veličina, která udává zisk této společnosti během příštího roku. Určete pravděpodobnostní rozdělení této veličiny.
- Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku veličiny z části a. Stručně interpretujte střední hodnotu.

### Příklad 5

Společnost Spoke Weaving Corporation má osm tkalcovských strojů stejného druhu a stejného stáří. Pravděpodobnost, že jakýkoli tkalcovský stroj se v jakémkoli okamžiku pokazí, je 0,04. Určete pravděpodobnost, že v libovolném daném okamžiku

- všech osm tkalcovských strojů bude mimo provoz,
- právě dva tkalcovské stroje budou mimo provoz,
- žádný z tkalcovských strojů nebude mimo provoz.

### Příklad 6

V bance Bank of California vykazují data, že 8% všech držitelů kreditních karet někdy ve svém životě nesplácí. Včera banka vydala 12 kreditních karet novým zákazníkům. Určete pravděpodobnost, že z těchto 12 zákazníků nakonec

- právě 3 nebudou splácet,
- právě 1 nebude splácet,
- žádný nebude splácet.

### Příklad 7

Maine Corporation kupuje motory pro elektrické ventilátory od jiné společnosti, která zaručuje, že maximálně 5 % jejích motorů je vadných, a že všechny vadné motory vymění bez nákladů, které by muselo vydat oddělení kontrolní kvality společnosti Maine Corporation. Oddělení kontroly kvality ve společnosti Maine Corporation náhodně vybírá 20 motorů z každé dodávky a kontroluje je, zda jsou dobré, nebo vadné. Pokud tato vzorek obsahuje více než dva vadné motory, celá dodávka je zamítnuta.

- S využitím příslušné tabulky rozdělení pravděpodobností najdete pravděpodobnost, že konkrétní dodávka motorů přijatá společností Maine Corporation bude přijata. Předpokládejte, že 5 % všech přijatých motorů je vadných.
- S využitím příslušné tabulky rozdělení pravděpodobností najdete pravděpodobnost, že konkrétní dodávka motorů přijatá společností Maine Corporation bude zamítnuta.

### Příklad 8

V seznamu 15 domácností vlastní 9 rodin domy a 6 rodin domy nevlastní. Z těchto 15 domácností jsou náhodně vybrány čtyři domácnosti. Najděte pravděpodobnost, že počet domácností z těchto 4, které vlastní domy, je

- přesně 3,
- maximálně 1,
- přesně 4.

### Příklad 9

Alison Bender pracuje pro účetní firmu. Aby se ujistila, že její práce neobsahuje chyby, nadřízený jí náhodně kontroluje práci. Alison nedávno vyplnila 12 daňových přiznání pro klienty firmy. Předpokládejme, že těchto 12 přiznání dvě obsahují drobné chyby. Nadřízený Alison náhodně vybere tři přiznání z těchto 12 přiznání. Najděte pravděpodobnost, že

- přesně 1 z nich obsahuje chyby,
- žádné z nich neobsahuje chyby,
- přesně 2 z nich obsahují chyby.

### Příklad 10

V jednom velkém městě dochází průměrně k 6,3 loupežím denně.

- S využitím Poissonova rozdělení najdete pravděpodobnost, že v určitý den dojde v tomto městě k přesně 3 loupežím.
- S využitím příslušné tabulky rozdělení pravděpodobností najdete pravděpodobnost, že v určitý den dojde k následujícímu počtu loupeží v tomto městě:

- i. alespoň 12,
- ii. nejvýše 3,
- iii. od 2 do 6.

### Příklad 11

Na letišti průměrně přistává 1,4 soukromých letadel za hodinu.

- a. Najděte pravděpodobnost, že během určité hodiny na tomto letišti nepřistane žádné soukromé letadlo.
- b. Nechť  $x$  značí počet soukromých letadel, která během určité hodiny přistanou na tomto letišti. Napište pravděpodobnostní rozdělení  $x$ . Použijte příslušnou tabulku pravděpodobností.

### Příklad 12

Tým chlapců střední školy ve svých basketbalových zápasech průměrně udělá 1,2 technických faulů za hru.

- a. Použitím příslušného vzorce spočítejte pravděpodobnost, že v konkrétním basketbalovém zápase tento tým udělá přesně 3 technické fauly.
- b. Nechť  $x$  značí počet technických faulů, které tento tým udělá během konkrétního basketbalového zápasu. Použitím příslušné tabulky pravděpodobností napište pravděpodobnostní rozdělení náhodné veličiny  $x$ .

### Příklad 13

Byla provedena rekapitulace záznamů pohotovostního oddělení na venkovské nemocnici Millard Fellmore Memorial Hospital, aby bylo určeno pravděpodobnostní rozdělení počtu pacientů během jedné hodiny. Následující tabulka obsahuje toto pravděpodobnostní rozdělení.

Pacientů za hodinu	0	1	2	3	4	5	6
Pravděpodobnost	0,2725	0,3543	0,2303	0,0998	0,0324	0,0084	0,0023

- a. Vytvořte histogram.
- b. Určete pravděpodobnost, že počet pacientů na pohotovosti během náhodně vybrané hodiny je
  - 2 nebo více,
  - přesně 5,
  - méně než 3,
  - maximálně 1.

### Příklad 14

Jednou z nejziskovějších položek v obchodě s automobilovými bezpečnostními systémy firmy A1 je dálkový startovací systém. Nechť  $x$  představuje počet takovýchto systémů nainstalovaných v konkrétní den. Následující tabulka obsahuje rozdělení četností  $x$  za posledních 80 dnů.

$x$	1	2	3	4	5
$f$	8	20	24	16	12

- a. Sestavte tabulku pravděpodobnostního rozdělení pro počet nainstalovaných dálkových startovacích systémů v konkrétní den.
- b. Jsou pravděpodobnosti uvedené v tabulce části přesné, nebo přibližné pravděpodobnosti různých výsledků? Vysvětlete.

c. Spočítejte následující pravděpodobnosti.

- $P(3)$ ,
- $P(x \geq 3)$ ,
- $P(2 \leq x \leq 4)$ ,
- $P(x < 4)$ .

### Příklad 15

Pět procent automobilů vyrobených ve velké automobilové společnosti je vadných. Představme si, že dvě auta jsou náhodně vybrána z výrobní linky. Označme  $x$  počet vadných aut v tomto vzorku. Napište pravděpodobnostní funkci náhodné veličiny  $x$ . Nakreslete stromový diagram pro tento problém.

### Příklad 16

Podle průzkumu je 14 % motoristů ve velkém městě nezajištěných. Představme si, že v současnosti je 14 % všech motoristů v tomto městě nezajištěných. Náhodně jsou vybráni dva motoristé. Označme  $x$  počet nezajištěných motoristů v tomto vzorku dvou. Sestavte tabulku pravděpodobnostního rozdělení náhodné veličiny  $x$ . Nakreslete stromový diagram pro tento problém.

### Příklad 17

Podle průzkumu je proti využívání zvířat ve výzkumu 30 % dospělých. Předpokládejme, že toto zjištění platí pro současnou populaci všech dospělých. Nechť  $x$  představuje počet dospělých, kteří jsou proti využívání zvířat ve výzkumu. Určete pravděpodobnostní rozdělení náhodné veličiny  $x$ . Nakreslete stromový diagram pro tento problém.

### Příklad 18

Podle průzkumu je 35 % zaměstnanců pracujících ve velké společnosti spokojeno se svou prací. Předpokládejme, že z této společnosti jsou náhodně vybráni dva zaměstnanci. Nechť  $x$  označuje počet zaměstnanců v tomto vzorku dvou, kteří jsou spokojeni se svou prací. Sestavte tabulku rozdělení pravděpodobnosti pro náhodnou veličinu  $x$ . Nakreslete stromový diagram pro tento problém.

### Příklad 19

V určité skupině 12 osob jsou 3 leváci. Předpokládejme, že jsou náhodně vybrány 2 osoby z této skupiny. Nechť  $x$  značí počet leváků v tomto vzorku. Určete pravděpodobnostní rozdělení náhodné veličiny  $x$ . Nakreslete stromový diagram a použijte ho k zápisu pravděpodobnostní funkce. (Nápověda: Všimněte si, že výběry jsou prováděny bez opakování z malé populace. Pravděpodobnosti výsledků se tedy pro každý výběr nemění konstantně.)

### Příklad 20

Nechť  $x$  představuje počet chyb na náhodně vybrané stránce knihy. Následující tabulka uvádí pravděpodobnostní rozdělení  $x$ . Spočítejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku  $x$ .

$x$	0	1	2	3	4
$P(x)$	0,73	0,16	0,06	0,04	0,01

### Příklad 21

Následující tabulka uvádí pravděpodobnostní rozdělení počtu prodaných videokamer v obchodě během jednoho dne. Spočítejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku tohoto pravděpodobnostního rozdělení. Poskytněte krátkou interpretaci střední hodnoty.

Prodané videokamery	0	1	2	3	4	5	6
Pravděpodobnost	0,05	0,12	0,19	0,30	0,20	0,10	0,04

### Příklad 22

Následující tabulka uvádí pravděpodobnostní rozdělení počtu pacientů vstupujících na pohotovostní oddělení během jedné hodiny v nemocnici. Spočítejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku tohoto pravděpodobnostního rozdělení.

Pacienti za hodinu	0	1	2	3	4	5	6
Pravděpodobnost	0,2725	0,3543	0,2303	0,0998	0,0324	0,0084	0,0023

### Příklad 23

Nechť  $x$  představuje počet prodaných domů realitním agentem za měsíc. Následující tabulka uvádí pravděpodobnostní rozdělení  $x$ . Spočítejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku tohoto pravděpodobnostního rozdělení a krátce interpretujte hodnotu střední hodnoty.

$x$	0	1	2	3	4	5
$P(x)$	0,08	0,12	0,32	0,28	0,12	0,08

### Příklad 24

Limuzína má osm pneumatik. Flotila takovýchto limuzín byla vybavena sadou pneumatik, které omylem prošly testem kvality. Následující tabulka uvádí pravděpodobnostní rozdělení počtu vadných pneumatik v této flotile limuzín, kde  $x$  představuje počet vadných pneumatik na limuzíně a  $P(x)$  je příslušná pravděpodobnost. Spočítejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku tohoto pravděpodobnostního rozdělení. Poskytněte krátkou interpretaci střední hodnoty a směrodatné odchylky.

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(x)$	0,0454	0,1723	0,2838	0,2669	0,1569	0,0585	0,0139	0,0015	0,0008

### Příklad 25

Jednou z nejvýnosnějších položek v obchodě AA Auto je systém dálkového startování. Následující tabulka uvádí pravděpodobnostní rozdělení pro  $x$ , kde  $x$  reprezentuje počet takovýchto systémů nainstalovaných v daný den, a  $P(x)$  je příslušná pravděpodobnost. Spočítejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku tohoto pravděpodobnostního rozdělení. Poskytněte krátkou interpretaci střední hodnoty a směrodatné odchylky.

$x$	1	2	3	4	5
$P(x)$	0,10	0,25	0,30	0,20	0,15

### Příklad 26

Dodavatel podal nabídky na tři státní zakázky: kancelářskou budovu, divadlo a parkovací garáž. Pravidla státu nedovolují, aby dodavatel obdržel více než jednu z těchto zakázek. Pokud je danému dodavateli přidělena nějaká z těchto zakázek, zisky ze smluv činí 10 milionů dolarů za kancelářskou budovu, 5 milionů dolarů za divadlo a 2 miliony dolarů za parkovací garáž. Jeho zisk je nulový, pokud žádnou smlouvu nezíská. Dodavatel odhaduje, že pravděpodobnosti získání zakázky na kancelářskou budovu, zakázky na divadlo, zakázky na parkovací garáž nebo žádné zakázky jsou 0,15, 0,30, 0,45 a 0,10. Nechť  $x$  je náhodná veličina, která reprezentuje zisky dodavatele v milionech dolarů. Napište pravděpodobnostní funkci náhodné veličiny  $x$ . Najděte střední hodnotu a směrodatnou odchylku  $x$ . Stručně interpretejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku.

### Příklad 27

Losovací lístek okamžité výherní loterie stojí 2 dolary. Z celkového počtu 10 000 tištěných lístků pro tuto loterii obsahuje 1000 lístků výhru 5 dolarů, 100 lístků mají výhru 10 dolarů, 5 lístků mají výhru 1000 dolarů a 1 lístek má výhru 5000 dolarů. Nechť  $x$  je náhodná veličina, která označuje čistou částku, kterou hráč získá tím, že si koupí jeden tiket. Napište pravděpodobnostní rozdělení  $x$ . Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku  $x$ . Jak budete interpretovat hodnoty střední hodnoty a směrodatné odchylky náhodné veličiny  $x$ ?

$x$	0	1	2
$P(x)$	0,5455	0,4091	0,0455

### Příklad 28

Podle průzkumu uvedlo 70 % domácností, že nikdy nekoupily bio ovoce nebo zeleninu. Předpokládejme, že tento výsledek platí pro aktuální populaci domácností.

- Nechť  $x$  je binomická náhodná veličina, která označuje počet domácností v náhodném vzorku deseti domácností, které nikdy nekoupily bio ovoce nebo zeleninu. Jaké jsou možné hodnoty, které  $x$  může nabývat?
- Určete pravděpodobnost, že právě 6 domácností v náhodném vzorku 10 řekne, že nikdy nekoupily bio ovoce nebo zeleninu. Použijte vzorec pro binomické pravděpodobnostní rozdělení.

### Příklad 29

Podle průzkumu 18 % majitelů aut uvedlo, že svá auta dávají do servisu podle doporučení automobilky. Předpokládejme, že tento výsledek platí pro současnou populaci majitelů aut.

- Nechť  $x$  je binomická náhodná veličina označující počet majitelů aut v náhodném vzorku 12 lidí, kteří dají svá auta do servisu podle doporučení automobilky. Jaké jsou možné hodnoty, které může  $x$  nabývat?
- Spočítejte pravděpodobnost, že právě 3 majitelé aut v náhodném vzorku 12 lidí dají svá auta do servisu podle doporučení automobilky. Použijte vzorec pro binomické pravděpodobnostní rozdělení.

### Příklad 30

Byl vybrán náhodný vzorek 15 dospělých mužů ve věku 25–35 let. V průzkumu byli dotázáni: "Pokud vám začnou vypadávat vlasy, zvažujete transplantaci vlasů, pokud si ji můžete dovolit?" Třicet procent z nich odpovědělo: "Určitě ano." Předpokládejme, že tento výsledek platí pro současnou populaci dospělých mužů ve věku 25–35 let. Použijte pravděpodobnostní tabulku pro binomické rozdělení nebo ručně spočítejte pravděpodobnosti, že počet mužů ve vzorku 15, kteří odpoví "určitě ano" na tuto otázku, bude

- minimálně 4,
- 1 až 3,
- maximálně 5.

### Příklad 31

Byl vybrán náhodný vzorek 13 řidičů, kteří jezdí do práce. Podle průzkumu provedeného na místním dopravním úřadě (DMV) uvedlo 50 % řidičů, že pravidelně překračují stanovenou rychlostní hranici. Předpokládejme, že tato zjištění platí pro celou populaci řidičů, kteří jezdí do práce. Použijte tabulku pravděpodobností binomického rozdělení nebo ručně vypočítejte pravděpodobnosti, že počet řidičů v tomto vzorku 13, kteří pravidelně překračují stanovenou rychlostní hranici na cestě do práce, je

- nejvýše 5,
- 6 až 9,
- minimálně 7.

### Příklad 32

Během pravidelné sezóny NFL v roce 2014 proměnili hráči 88 % pokusů o střelu na bránu. Předpokládejme, že tento procentní podíl platí pro všechny hráče v nadcházející sezóně NFL. Najděte pravděpodobnost, že náhodně vybraný hráče, který v zápase vyzkouší 4 pokusy vystřelit na bránu:

- promění všechny 4 pokusy o střelu na bránu,
- mine ve všech 4 pokusech o střelu na bránu.

### Příklad 33

Profesionální basketbalista promění 85% volných hodů. Předpokládá, že tento procentní úspěch platí i pro budoucí pokusy, s využitím pravděpodobnostní funkce binomického rozdělení spočtete pravděpodobnosti, že při následujících osmi pokusech bude počet úspěšných volných hodů

- právě 8,
- právě 5.

### Příklad 34

Společnost se zaměřením na kancelářské potřeby provedla průzkum před uvedením na trh nové skartovačky navržené pro domácí použití. V průzkumu bylo zjištěno, že 80 % lidí, kteří použili skartovačku, s ní bylo spokojeno. Kvůli této vysoké míře přijetí se společnost rozhodla uvést na trh novou skartovačku. Předpokládejme, že 80 % všech lidí, kteří budou novou skartovačku používat, bude spokojeno. V určitý den si tuto skartovačku zakoupilo sedm zákazníků.

- Nechť  $x$  označuje počet zákazníků mezi těmito sedmi, kteří budou se skartovačkou spokojeni. Použijte tabulku pravděpodobností pro binomické rozdělení, abyste získali pravděpodobnostní rozdělení  $x$  a nakreslete histogram tohoto pravděpodobnostního rozdělení. Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku  $x$ .
- Použitím pravděpodobnostního rozdělení z části a. určete pravděpodobnost, že právě čtyři ze sedmi zákazníků budou spokojeni.

### Příklad 35

Společnost Johnson Electronics vyrábí kalkulátory. Spokojenost zákazníků je jednou z hlavních priorit řízení. Společnost garantuje vrácení peněz nebo výměnu za jakýkoli kalkulátor, který selže do 2 let od data nákupu. Je známo z minulých let, že navzdory veškerým snahám do 2 let selže 5 % kalkulátorů. Společnost zaslala balíček 10 náhodně vybraných kalkulátorů do obchodu.

- Nechť  $x$  označuje počet kalkulátorů v tomto balíčku 10 kusů, které budou vráceny na vrácení peněz nebo výměnu do 2 let. Použijte tabulku binomických pravděpodobností k získání pravděpodobnostního rozdělení  $x$  a nakreslete histogram pravděpodobnostního rozdělení. Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku  $x$ .
- Pomocí pravděpodobnostního rozdělení z části a určete pravděpodobnost, že právě 2 z 10 kalkulátorů budou vráceny na vrácení peněz nebo výměnu do 2 let.

### Příklad 36

Z 20-ti potenciálních kandidátů bude vybráno šest porotců pro slyšení občanského sporu mezi dvěma rodinami. Čtyři z 20-ti možných porotců mohou být zaujatí, protože se znají s jedním nebo více z účastníků soudního sporu. Tuto informaci však během výběru poroty neprozradí. Pokud bude náhodně vybráno 6 porotců z této skupiny 20-ti osob, spočtete pravděpodobnost, že počet potenciálně předsudečných porotců mezi 6 vybranými porotci bude

- právě 1,
- žádný,
- nejvýše 2 zaujatí.

### Příklad 37

Karton s 18 vajíčky obsahuje 7 zkažených vajíček. Kuchař náhodně vybere 4 vajíčka do své "Mega-Omelety s překvapením." Spočtete pravděpodobnost, že počet nezkažených vajíček mezi 4 vybranými bude

- a. přesně 4,
- b. 2 nebo méně,
- c. více než 1.

### Příklad 38

Společnost Bender Electronics kupuje klávesnice pro své počítače od jiné společnosti. Klávesnice jsou přijímány v zásilkách po 100 krabicích, přičemž každá krabice obsahuje 20 klávesnic. Oddělení kontroly kvality ve společnosti Bender Electronics nejprve náhodně vybere jednu krabici z každé zásilky a poté náhodně vybere 5 klávesnic z této krabice. Zásilka je přijata, pokud nejvýše 1 z 5 klávesnic je vadná. Kontrolor kvality ve společnosti Bender Electronics vybral krabici z nedávno přijaté zásilky klávesnic. Anž by to kontrolor věděl, obsahuje tato krabice 6 vadných klávesnic.

- a. Jaká je pravděpodobnost, že tato zásilka bude přijata?
- b. Jaká je pravděpodobnost, že tato zásilka nebude přijata?

### Příklad 39

V obchodě s elektronikou průměrně dojde k 5,4 případům krádeže za týden. Určete pravděpodobnost, že se během daného týdne v tomto obchodě vyskytnou právě 3 takové incidenty. Použijte vzorec pravděpodobnosti Poissonova rozdělení.

### Příklad 40

Ve velkém hotelu ve městě zůstává každý den průměrně 12,5 pokojů volných. Najděte pravděpodobnost, že během jednoho konkrétního dne budou právě 3 pokoje volné. Použijte vzorec pravděpodobnosti Poissonova rozdělení.

### Příklad 41

Univerzitní policie průměrně dostává 3,7 hlášení týdně o ztracených průkazech studentů.

- a. Najděte pravděpodobnost, že v průběhu jednoho daného týdne tato policejní stanice obdrží nejvýše 1 takové hlášení. Použijte vzorec pravděpodobnosti Poissonova rozdělení.
- b. Použitím tabulky pravděpodobností Poissonova rozdělení najděte pravděpodobnost, že během jednoho daného týdne počet takových hlášení obdržených policejní stanicí je
  - 1 až 4,
  - alespoň 6,
  - nejvýše 3.

### Příklad 42

Velká část malých podniků ve Spojených státech zkrachuje během prvních několika let provozu. Průměrně 1,6 podniku každý den podá návrh na bankrot v konkrétním velkém městě.

- a. Pomocí vzorce pravděpodobnosti Poissonova rozdělení najděte pravděpodobnost, že podají návrh na bankrot během jednoho konkrétního dne v tomto městě právě 3 podniky.



b. Použitím tabulky pravděpodobností Poissonova rozdělení najdete pravděpodobnost, že počet podniků, které podají návrh na bankrot během jednoho konkrétního dne v tomto městě, je

- 2 až 3,
- více než 3,
- méně než 3.

#### **Příklad 43**

Počet studentů, kteří se přihlásí ke zvolenému počítači v počítačové laboratoři, se řídí Poissonovým rozdělením pravděpodobnosti s průměrem 19 studentů denně.

- Použitím vzorce pro Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení určete pravděpodobnost, že právě 12 studentů se přihlásí ke zvolenému počítači v laboratoři v určitý den.
- Použitím tabulky pro Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení určete pravděpodobnost, že počet studentů, kteří se přihlásí ke zvolenému počítači v laboratoři v určitý den, je
  - od 13 do 16,
  - méně než 8.

#### **Příklad 44**

I když společnost Borok's Electronics nemá žádné volné pozice, stále dostává průměrně 3,2 nevyžádaných žádostí o práci týdně.

- Použitím vzorce pro Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení spočtete pravděpodobnost, že tato společnost v příštím týdnu nedostane žádné žádosti.
- Nechť  $x$  označuje počet žádostí, které tato společnost obdrží během jednoho týdne. Pomocí tabulky pro Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení sestavte tabulku pravděpodobností pro  $x$ .
- Spočtete střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku pravděpodobnostního rozdělení vytvořeného v části b.

#### **Příklad 45**

V určité městské části se průměrně stane 0,8 nehod denně.

- Spočtete pravděpodobnost, že se v tomto městě na určitý den nestane žádná nehoda.
- Nechť  $x$  označuje počet nehod, které se v tomto městě stane v určitý den. Sestavte pravděpodobnostní rozdělení pro  $x$ .
- Spočtete střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku pravděpodobnostního rozdělení vytvořeného v části b.

#### **Příklad 46**

Průměrně 20 domácností z 50 má doma klimatizaci.

- Použitím vzorce pro Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení spočtete pravděpodobnost, že v náhodném vzorku 50 domácností bude právě 25 mít klimatizaci.
- Použitím tabulky pro Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení určete pravděpodobnost, že počet domácností z 50, které mají klimatizaci, je

- nejvýše 12,
- od 13 do 17,
- alespoň 30.

#### Příklad 47

Dvacet procent aut projíždějících školní zónou překračuje povolenou rychlost o více než 10 km/h.

- Použitím vzorce pro Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení spočtete pravděpodobnost, že v náhodném vzorku 100 aut projíždějících touto školní zónou bude právě 25 překračovat povolenou rychlost o více než 10 km/h.
- Použitím tabulky pro Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení určete pravděpodobnost, že počet aut překračujících povolenou rychlost o více než 10 km/h v náhodném vzorku 100 aut projíždějících touto školní zónou je
  - nejvýše 8,
  - od 15 do 20,
  - alespoň 30.

#### Příklad 48

Scott vám nabízí následující hru: Hodíte dvěma férovými kostkami. Pokud součet dvou čísel, která získáte, bude 2, 3, 4, 9, 10, 11 nebo 12, Scott vám zaplatí 20 dolarů. Pokud však součet dvou čísel bude 5, 6, 7 nebo 8, vy zaplatíte Scottovi 20 dolarů. Scott poukazuje na to, že máte sedm výherních čísel a pouze čtyři proherní čísla. Je tato hra pro vás výhodná? Měli byste tuto nabídku přijmout? Podpořte své závěry vhodnými výpočty.

#### Příklad 49

Představte si, že majitel společnosti na záchranu plavidel uvažuje o vytažení potopené lodě. Pokud se mu to podaří, přinese tato akce čistý zisk 10 milionů dolarů. V opačném případě majitel ztratí 4 miliony dolarů. Nechť  $p$  označuje pravděpodobnost úspěchu této akce. Předpokládejte, že majitel je ochoten podstoupit riziko a pokračovat v tomto projektu, pokud očekávaný čistý zisk činí alespoň 500 000 dolarů.

- Pokud  $p = 0,40$ , najděte očekávaný čistý zisk. Bude majitel ochoten podstoupit riziko při této pravděpodobnosti úspěchu?
- Jaká je nejmenší hodnota  $p$ , při které bude majitel ochoten podstoupit riziko a podniknout tento projekt?

#### Příklad 50

Společnost York Steel Corporation vyrábí speciální ložiska, která musí splňovat přísné specifikace. Když výrobní proces probíhá správně, 10 % ložisek nesplňuje požadované specifikace. Někdy však mohou nastat problémy s výrobním procesem, které způsobí, že míra odmítnutí přesáhne 10 %. Pro ochranu před tímto vyšším stupněm odmítnutí se pravidelně odebírají vzorky 15 ložisek, které jsou pečlivě kontrolovány. Pokud více než 2 ložiska ze vzorku 15 nesplní požadované specifikace, výroba se pozastaví pro nutné úpravy.

- Pokud skutečná míra odmítnutí činí 10 % (to znamená, že výrobní proces funguje správně), jaká je pravděpodobnost, že výroba bude zastavena na základě vzorku 15 ložisek?
- Jaké předpoklady jste učinili v části a.?

### Příklad 51

Obyvatelé v centru města mají obavy z dealerů drog, kteří vstupují do jejich čtvrti. Během posledních 14 nocí se střídavě dívali občané na ulici ze zatemněného bytu. Obchody s drogami se zdají probíhat náhodně v různých časech a na různých místech na ulici a průměrně jsou asi tři za noc. Obyvatelé této ulice kontaktovali místní policii, která jim sdělila, že nemají dostatek prostředků k zřízení dohledu. Policisté navrhli zaznamenat aktivity na ulici na videokamery a pokud obyvatelé zachytí na videu pět nebo více prodejů drog, policie podnikne kroky. Bohužel, žádný z obyvatel této ulice nevládní videokameru a museli by si zařídit pronájem vybavení. Dotazy u místních dealerů ukázaly, že nejlepší dostupná cena za pronájem videokamery je 75 dolarů za první noc a 40 dolarů za každou další noc. Aby obyvatelé dosáhli této ceny, musí se přihlásit předem na určitý počet nocí. Obyvatelé pořádají schůzi sousedů a pozvali vás, abyste jim pomohli rozhodnout o délce doby pronájmu. Protože je pro ně obtížné platit nájemné, chtějí vědět pravděpodobnost zaznamenání alespoň pěti prodejů drog při záznamu po určitý počet nocí.

- Které z pravděpodobnostních rozdělení, která jste studovali, by mohlo být užitečné?
- Jaké předpoklady musí být splněny?
- Pokud obyvatelé zaznamenají dva dny, jaká je pravděpodobnost, že zachytí alespoň pět prodejů drog?
- Kolik nocí musí být kamera pronajata, aby existovala pravděpodobnost nejméně 0,90, že bude zachyceno pět nebo více prodejů drog?

### Příklad 52

Učitel dějepisu na střední škole připravuje 50 otázek s více volbami, přičemž každá otázka má čtyři možnosti odpovědi. Hodnocení zahrnuje trest za hádání. Každá správná odpověď má hodnotu 1 bod, zatímco každá nesprávná odpověď stojí 1/2 bodu. Například, pokud student správně odpoví na 35 otázek, nesprávně na 8 otázek a na 7 otázek vůbec neodpoví, celkový bodový zisk tohoto studenta bude  $35 - 8 \cdot (1/2) = 31$ .

- Jaké je očekávané skóre studenta, který správně odpoví na 38 otázek a hádá odpověď u dalších 12 otázek? Předpokládejte, že student náhodně vybere jednu ze čtyř možných odpovědí na každou z těchto 12 otázek.
- Zvýší student své očekávané skóre tím, že uhodne odpověď na otázku, pokud nemá ponětí, jaká je správná odpověď? Vysvětlete.
- Zvýší student své očekávané skóre tím, že uhodne odpověď na otázku, u které může vyloučit jednu z nesprávných odpovědí? Vysvětlete.

### Příklad 53

Pekař, který denně připravuje čerstvé tvarohové koláče, jich průměrně prodá pět denně. Kolik koláčů by měl každý den připravit, aby pravděpodobnost, že mu dojdou a přijde o jeden nebo více prodejů, byla menší než 0,10? Předpokládejte, že počet prodaných koláčů denně vykazuje Poissonovo pravděpodobnostní rozdělení. Můžete použít tabulku Poissonova rozdělení pravděpodobnosti.

### Příklad 54

Uvažujte následující tři hry. U které z nich byste očekávali nejvyšší výhru a u které nejnižší? Vysvětlete svou odpověď matematicky.

Hra I: Hodíte spravedlivou mincí jednou. Pokud padne hlava, získáte 3 dolary, ale pokud padne orel, musíte zaplatit 1 dolar.

Hra II: Koupíte jeden losovací lístek do tomboly s celkovým počtem 500 lístků. Z 500 lístků se dva lístky vyberou náhodně bez vrácení. Držitel prvního vybraného lístku získá 300 dolarů, a držitel druhého vybraného lístku získá 150 dolarů.

Hra III: Hodíte spravedlivou mincí jednou. Pokud padne hlava, získáte 1 000 002 dolarů, ale pokud padne orel, musíte zaplatit 1 000 000 dolarů.

### Příklad 55

Počet hovorů, které přicházejí do malé obchodní společnosti, se řídí Poissonovým rozdělením. V současné době tyto hovory obsluhuje jediný operátor. Manažer ví z minulých zkušeností, že bude potřeba další operátor, pokud počet hovorů přesáhne 20 za hodinu. Manažer pozoroval, že během náhodně vybraného 15minutového období společnost obdržela 9 hovorů.

- Pokud je skutečná míra hovorů 20 za hodinu, jaká je pravděpodobnost, že během daného 15minutového období přijde 9 nebo více hovorů?
- Pokud je skutečná míra hovorů 30 za hodinu, jaká je pravděpodobnost, že během daného 15minutového období přijde 9 nebo více hovorů?
- Na základě výpočtů z částí a. a b., myslíte si, že míra příchozích hovorů je pravděpodobněji 20 nebo 30 za hodinu?
- Doporučili byste manažerovi, aby najal druhého operátora? Vysvětlete.

### Příklad 56

Mnozí z vás pravděpodobně hráli hru "Kámen, nůžky, papír" jako děti. Uvažujte následující variantu této hry. Namísto dvou hráčů předpokládejme, že tuto hru hrají tři hráči, nazvěme je A, B a C. Každý hráč si nezávisle vybere jeden ze tří předmětů - Kámen, Nůžky nebo Papír. Hráč A vyhraje hru, pokud všichni tři hráči vyberou stejný předmět, například kámen. Hráč B vyhraje hru, pokud právě dva z tří hráčů vyberou stejný předmět a třetí hráč vybere jiný předmět. Hráč C vyhraje hru, pokud každý hráč vybere jiný předmět. Pokud hráč B vyhraje hru, dostane 1 dolar. Pokud hráč C vyhraje hru, dostane 3 dolary. Předpokládáme-li, že očekávaný výherní zisk by měl být pro každého hráče stejný, aby se jednalo o férovou hru, kolik by měl hráč A dostat, pokud vyhraje?

### Příklad 57

Pepi Bican byl nepochybně jeden z nejlepších fotbalových útočníků světa. Sázkaři proto velmi často sázeli na to, kolik dá v zápase gólů. Byla provedena analýza záznamů zápasů Pepiho Bicana, aby bylo určeno pravděpodobnostní rozdělení počtu gólů, které mohl vstřelit v jednom zápase. Následující tabulka obsahuje toto pravděpodobnostní rozdělení:

Počet Gólů	0	1	2	3	4
Pravděpodobnost	0.45	0.35	0.15	0.04	0.01

Určete:

- Pravděpodobnost, že Pepi Bican vstřelí tři nebo více gólů v zápase.
- Pravděpodobnost, že Pepi Bican vstřelí alespoň jeden gól v zápase.
- Pravděpodobnost, že Pepi Bican vstřelí právě dva góly v zápase.
- Pravděpodobnost, že Pepi Bican nevstřelí žádný gól v zápase.
- Očekávaný počet gólů, které Pepi Bican vstřelí za zápas.
- Variabilitu okolo očekávaného počtu gólů, které Pepi Bican vstřelí za zápas.
- Výšku kurzu, při kterém by bylo výhodné si vsadit na to, že Pepi Bican vstřelí v příštím zápase více než 2 góly.