

## BPM\_STAE: Koncepty a procedury - cvičení 7, kapitola 6

1. Jaký je rozdíl mezi pravděpodobnostním rozdělením diskrétní náhodné veličiny a spojitě náhodné veličiny? Vysvětlete a uveďte příklady praktického využití.
2. Nechť  $x$  je spojitá náhodná veličina. Jaká je pravděpodobnost, že  $x$  nabude právě jednu hodnotu  $a$ ?
3. Vysvětlete, proč pro spojitou náhodnou veličinu  $x$  platí následující:

$$P(a < x < b) = P(a < x \leq b) = P(a \leq x < b) = P(a \leq x \leq b)$$

4. Stručně vysvětlete hlavní charakteristiky normálního rozdělení. Jaké jsou parametry normálního rozdělení?
5. Jak se mění šířka a výška normálního rozdělení, když se jeho střední hodnota nemění, ale směrodatná odchylka klesá? Mění se šířka a/nebo výška normálního rozdělení, když směrodatná odchylka zůstává stejná, ale střední hodnota se zvyšuje? Ilustrujte pomocí grafů.
6. Stručně popište křivku standardizovaného normálního rozdělení. Co znamená  $z$  pro toto rozdělení?
7. Pro standardizované normální rozdělení určete plochu oblasti pod zvlnitou křivkou ve vzdálenosti jedné směrodatné odchylky od průměru, tedy oblast mezi  $\mu - \sigma$  a  $\mu + \sigma$ . Jak se plocha změní, pokud zvolíme místo vzdálenosti jedné směrodatné odchylky dvě nebo tři směrodatné odchylky?
8. Určete plochu pod křivkou standardizovaného normálního rozdělení

- (a) od  $z = 0$  do  $z = 1.95$ .                      (c) od  $z = 1.15$  do  $z = 2.37$ .                      (e) od  $z = -1.67$  do  $z = 2.24$ .  
(b) od  $z = 0$  do  $z = -2.05$ .                      (d) od  $z = -1.53$  do  $z = -2.88$ .

9. Určete plochu pod křivkou standardizovaného normálního rozdělení

- (a) napravo od  $z = 1.36$ .    (c) napravo od  $z = -2.05$ .  
(b) nalevo od  $z = -1.97$ .    (d) nalevo od  $z = 1.76$ .

10. Určete následující pravděpodobnosti pro standardizované normální rozdělení.

- (a)  $P(-1.83 \leq z \leq 2.57)$                       (f)  $P(0.67 \leq z \leq 2.59)$                       (k)  $P(0 \leq z \leq 4.25)$   
(b)  $P(0 \leq z \leq 2.02)$                       (g)  $P(-2.07 \leq z \leq -0.93)$                       (l)  $P(-5.36 \leq z \leq 0)$   
(c)  $P(-1.99 \leq z \leq 0)$                       (h)  $P(z < 1.78)$                       (m)  $P(z > 6.07)$   
(d)  $P(z \geq 1.48)$                       (i)  $P(z > -0.98)$   
(e)  $P(z < -2.34)$                       (j)  $P(-2.47 \leq z \leq 1.29)$                       (n)  $P(z < -5.27)$

11. Určete hodnotu  $z$  pro každou z následujících hodnot  $x$  pro normální rozdělení s parametry  $\mu = 30$  a  $\sigma = 5$ .

- (a)  $x = 39$                       (b)  $x = 19$                       (c)  $x = 24$                       (d)  $x = 44$

12. Určete následující plochy pod křivkou normálního rozdělení s parametry  $\mu = 20$  a  $\sigma = 4$ . Plocha

- (a) mezi  $x = 20$  a  $x = 27$                       (b) od  $x = 23$  do  $x = 26$                       (c) mezi  $x = 9.5$  a  $x = 17$

13. Určete plochu pod křivkou normálního rozdělení s parametry  $\mu = 55$  a  $\sigma = 7$ . Plocha

- (a) napravo od  $x = 58$                       (b) napravo od  $x = 43$                       (c) nalevo od  $x = 68$                       (d) nalevo od  $x = 22$

14. Nechť  $x$  je spojitá náhodná veličina, která je normálně rozdělena se střední hodnotou 25 a směrodatnou odchylkou 6. Určete pravděpodobnost, že  $x$  nabude hodnotu (i) mezi 29 a 36, (ii) mezi 22 a 35.
15. Nechť  $x$  je spojitá náhodná veličina, která má normální rozdělení se střední hodnotou 117.6 a směrodatnou odchylkou 14.6. Určete pravděpodobnost, že  $x$  nabude hodnotu (i) mezi 77.9 a 98.3, (ii) mezi 85.3 a 142.6.
16. Nechť  $x$  je spojitá náhodná veličina, která je normálně rozdělena se střední hodnotou 65 a směrodatnou odchylkou 15. Určete pravděpodobnost, že  $x$  nabude hodnotu
- (a) menší než 45.                      (b) větší než 79.                      (c) větší než 54.                      (d) menší než 70.
17. Určete hodnotu  $z$  tak, aby plocha pod křivkou standardizovaného normálního rozdělení
- (a) od 0 do  $z$  byla 0.4772 a zároveň  $z$  bylo kladné.                      (g) v levém chvostu byla 0.010.  
 (b) mezi 0 a  $z$  byla 0.4785 a  $z$  bylo záporné.                      (h) v pravém chvostu byla 0.005.  
 (c) v levém chvostu byla 0.3565.                      (i) v pravém chvostu byla 0.0250.  
 (d) v pravém chvostu byla 0.1530.                      (j) v levém chvostu byla 0.0500.  
 (e) v pravém chvostu byla 0.050.                      (k) v levém chvostu byla 0.0010.  
 (f) v levém chvostu byla 0.025.                      (l) v pravém chvostu byla 0.0100.
18. Náhodná veličina  $x$  se řídí normálním rozdělením se střední hodnotou 550 a směrodatnou odchylkou 75. Určete
- (a) hodnotu  $x$  tak, aby plocha pod křivkou normálního rozdělení nalevo od  $x$  byla 0.0250.  
 (b) hodnotu  $x$  tak, aby plocha pod křivkou normálního rozdělení vpravo od  $x$  byla 0.9345.  
 (c) hodnotu  $x$  tak, aby plocha pod křivkou normálního rozdělení vpravo od  $x$  byla přibližně 0.0275.  
 (d) hodnotu  $x$  tak, aby plocha pod křivkou normálního rozdělení vlevo od  $x$  byla přibližně 0.9600.  
 (e) hodnotu  $x$  tak, aby plocha pod křivkou normálního rozdělení mezi  $\mu$  a  $x$  byla přibližně 0.4700 a  $x < \mu$ .  
 (f) hodnotu  $x$  tak, aby plocha pod křivkou normálního rozdělení mezi  $\mu$  a  $x$  byla přibližně 0.4100 a  $x > \mu$ .
19. Za jakých podmínek se běžně používá normální rozdělení jako aproximace binomického rozdělení?
20. Určete pravděpodobnost  $P(8 \leq x \leq 13)$  pro binomické rozdělení pravděpodobnosti, kde  $n = 25$  a  $p = 0.40$ . Při řešení využijte (i) tabulky binomických pravděpodobností (ii) normálního rozdělení jako aproximaci binomického rozdělení. Jaký je rozdíl mezi variantou (i) a (ii)?
21. Pro binomické rozdělení pravděpodobnosti s parametry  $n = 120$  a  $p = 0.60$  určete:
- (a) střední hodnotu a směrodatnou odchylku.  
 (b) pravděpodobnost  $P(x \leq 69)$  pomocí aproximace normálním rozdělením.  
 (c) pravděpodobnost  $P(67 \leq x \leq 73)$  pomocí aproximace normálním rozdělením.
22. Určete následující pravděpodobnosti binomického rozdělení pomocí aproximace normálním rozdělením.
- (a)  $n = 140, p = 0.45, P(x = 67)$                       (c)  $n = 90, p = 0.42, P(x \geq 40)$   
 (b)  $n = 100, p = 0.55, P(52 \leq x \leq 60)$                       (d)  $n = 104, p = 0.75, P(x \leq 72)$