

BPM_STAE: Sbíрка úloh - cvičení 7, kapitola 6

Příklad 1

Nechť x označuje čas potřebný k absolvování silničního závodu. Předpokládejme, že x je přibližně normálně rozdělen se střední hodnotou 190 minut a směrodatnou odchylkou 21 minut. Pokud je vybrán jeden závodník náhodně, jaká je pravděpodobnost, že tento závodník dokončí silniční závod

- za méně než 160 minut?
- mezi 215 a 245 minutami?

Příklad 2

Tommy Wait, hráč v minoritní baseballové lize, je známý tím, že mu trvá nadměrně dlouho nadhodit. Ve skutečnosti jsou jeho časy mezi hody přibližně normálně rozděleny se střední hodnotou 36 sekund a směrodatnou odchylkou 2,5 sekundy. Jaká část jeho časů mezi hody trvá

- déle než 39 sekund?
- mezi 29 a 34 sekundami?

Příklad 3

Stavební zóna na dálnici má stanovený maximální povolený rychlostní limit 60 km/h. Rychlosti vozidel projíždějících touto stavební zónou jsou přibližně normálně rozděleny se střední hodnotou 74 km/h a směrodatnou odchylkou 6,4 km/h. Jaká část vozidel projíždějících touto stavební zónou

- překračuje stanovený rychlostní limit?
- cestuje rychlostí mezi 80 a 91 km/h?

Příklad 4

Banka Connecticut vydává kreditní karty Visa a MasterCard. Odhaduje se, že zůstatky na všech kreditních kartách Visa vydaných Bankou Connecticut mají průměr 845 dolarů a směrodatnou odchylku 270 dolarů. Předpokládejme, že zůstatky na všech těchto kartách Visa se řídí normálním rozdělením.

- Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná karta Visa vydaná touto bankou bude mít zůstatek mezi 1000 a 1440 dolary?
- Kolik procent karet Visa vydaných touto bankou má zůstatek 730 dolarů nebo více?

Příklad 5

Podle záznamů elektrické společnosti sloužící oblasti Bostonu je průměrná spotřeba elektřiny všemi domácnostmi během zimy 1650 kWh měsíčně. Předpokládejme, že měsíční spotřeba elektřiny v zimě všemi domácnostmi v této oblasti má normální rozdělení se střední hodnotou 1650 kWh a směrodatnou odchylkou 320 kWh.

- Jaká je pravděpodobnost, že měsíční spotřeba elektřiny během zimy náhodně vybranou domácností z této oblasti bude méně než 1950 kWh?
- Kolik procent domácností v této oblasti má měsíční spotřebu elektřiny od 900 do 1300 kWh?

Příklad 6

Vedení supermarketu chce zavést novou propagační politiku, která každému zákazníkovi, jenž utratí více než určitou částku za návštěvu v tomto supermarketu, nabídne dárek zdarma. Očekávání vedení je, že po zveřejnění této propagační politiky se budou vydáje všech zákazníků v tomto supermarketu řídit normálním rozdělením se střední hodnotou 95 dolarů a směrodatnou odchylkou 20 dolarů. Pokud se vedení rozhodne dávat dárky zdarma všem zákazníkům, kteří utratí více než 130 dolarů během návštěvy, kolik procent zákazníků se očekává, že obdrží dárky zdarma?

Příklad 7

Jedním z vozů prodávaných autosalonem Walta je velmi oblíbený malý vůz nazývaný Rhino. Konečná prodejní cena základního modelu tohoto vozu se liší od zákazníka k zákazníkovi v závislosti na dovednostech a vytrvalosti zákazníka při vyjednávání. Předpokládejme, že prodejní ceny tohoto vozu mají normální rozdělení se střední hodnotou 19 800 dolarů a směrodatnou odchylkou 350 dolarů.

- Johanna zaplatila 19 445 dolarů za svůj Rhino. Kolik procent zákazníků Walta zaplatilo méně než Johanna za Rhino?
- Robert zaplatil 20 300 dolarů za Rhino. Kolik procent zákazníků Walta zaplatilo více než Robert za Rhino?

Příklad 8

Průměrná měsíční hypoteční platba pro všechny majitele domů ve městě je 2850 dolarů. Předpokládejme, že rozdělení měsíčních hypotečních plateb majitelů domů v daném městě následuje přibližné normální rozdělení se střední hodnotou 2850 dolarů a směrodatnou odchylkou 420 dolarů. Najděte pravděpodobnost, že měsíční hypoteční platba náhodně vybraného majitele domu z tohoto města je

- méně než 1200 dolarů,
- mezi 2300 a 3140 dolary,
- více než 3600 dolarů,
- mezi 3200 a 3700 dolary.

Příklad 9

Fast Auto Service zaručuje, že maximální čekací doba pro zákazníky je 20 minut na výměnu oleje a vody do odstříkovačů. Zároveň zaručuje, že každý zákazník, který musí na tuto službu čekat déle než 20 minut, obdrží 50% slevu na poplatky. Odhaduje se, že průměrný čas potřebný výměnu oleje a vody do odstříkovačů v tomto autoservisu je 15 minut na auto a směrodatná odchylka je 2,4 minuty. Předpokládejme, že čas potřebný výměně oleje a vody do odstříkovačů na autě následuje normální rozdělení.

- Kolik procent zákazníků obdrží 50% slevu na své poplatky?
- Je možné, že může trvat déle než 25 minut výměna oleje a mazání? Vysvětlete.

Příklad 10

Délky 3-palcových hřebíků vyrobených na stroji jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 3,0 palce a směrodatnou odchylkou 0,009 palce. Hřebíky, které jsou buď kratší než 2,98 palce, nebo delší než 3,02 palce, jsou nepoužitelné. Kolik procent všech hřebíků vyrobených tímto strojem je nepoužitelných?

Příklad 11

Puky používané v NHL pro lední hokej musí vážit mezi 5,5 a 6,0 uncemi. Předpokládejme, že hmotnosti puků vyrobených v továrně následují normální rozdělení se střední hodnotou 5,75 uncí a směrodatnou odchylkou 0,11 uncí. Kolik procent puků vyrobených v této továrně nemůže být v NHL použito?

Příklad 12

Fast Auto Service poskytuje službu výměny oleje a mazání pro auta. Je známo, že průměrný čas potřebný pro tuto službu v této autoservisu je 15 minut na auto a směrodatná odchylka je 2,4 minuty. Vedení chce podpořit podnikání tím, že zaručí maximální čekací dobu pro své zákazníky. Pokud auto zákazníka není obslouženo do této doby, zákazník obdrží 50% slevu na poplatky. Společnost chce omezit tuto slevu na nejvýše 5% zákazníků. Jaká by měla být maximální zaručená doba čekání? Předpokládejte, že časy potřebné pro výměnu oleje a mazání pro všechna auta mají normální rozdělení.

Příklad 13

Vedení supermarketu chce přijmout novou propagační politiku, která by dávala zdarma dárek každému zákazníkovi, který utratí více než určitou částku při návštěvě tohoto supermarketu. Očekávání vedení je, že po zveřejnění této propagační politiky se budou výdaje všech zákazníků v tomto supermarketu řídit normálním rozdělením se střední hodnotou 95 dolarů a směrodatnou odchylkou 20 dolarů. Pokud vedení chce dávat dárky zdarma nejvýše 10% zákazníkům, jaká by měla být částka, nad kterou by zákazník obdržel dárek zdarma?

Příklad 14

Podle záznamů elektrické společnosti sloužící oblasti Bostonu je průměrná spotřeba elektřiny během zimy všemi domácnostmi 1650 kWh měsíčně. Předpokládejte, že měsíční spotřeba elektřiny během zimy všemi domácnostmi v této oblasti má normální rozdělení se střední hodnotou 1650 kWh a směrodatnou odchylkou 320 kWh. Společnost poslala oznámení Billu Johnsonovi, že asi 90% domácností spotřebuje méně elektřiny měsíčně než on. Jaká je měsíční spotřeba elektřiny Billa Johnsona?

Příklad 15

Studie ukázala, že 20% všech učebnic na vysokých školách má cenu 250 korun nebo více. Je známo, že směrodatná odchylka cen všech učebnic VŠ je 50 korun. Předpokládejte, že ceny všech učebnic na vysokých školách mají normální rozdělení. Jaká je průměrná cena všech učebnic na VŠ?

Příklad 16

Stroj ve společnosti Keats Corporation plní džbány na prací prostředek o objemu 64 uncí. Stroj lze nastavit tak, aby průměrně nalíval libovolné množství pracího prostředku do těchto džbánů. Avšak stroj nenalévá do každého džbánu přesně stejné množství pracího prostředku; mění se od džbánu ke džbánu. Je známo, že čisté množství pracího prostředku nalitého do každého džbánu má normální rozdělení se směrodatnou odchylkou 0,35 uncí. Kontrolor jakosti chce stroj nastavit tak, aby měl nejméně 95% džbánů více než 64 uncí pracího prostředku. Jaké by mělo být průměrné množství pracího prostředku nalitého strojem do džbánů?

Příklad 17

Podle amerického sčítání lidu Amerického komunitního průzkumu, 5.44% pracovníků v Portlandu, Oregon, dojíždí do práce na kole. Najděte pravděpodobnost, že výběrový vzorek 400 pracovníků z Portlandu, Oregon, kteří dojíždí do práce na kole, bude číslo od 23 do 27.

Příklad 18

Podle průzkumu, 15% dospělých Američanů v současné době čte e-knihy. Předpokládejte, že tato procenta platí pro současnou populaci dospělých Američanů. Najděte pravděpodobnost, že v náhodném vzorku 600 dospělých Američanů, bude číslo, kteří čtou e-knihy,

- a. přesně 97,
- b. nejvýše 106,

- c. od 76 do 99.

Příklad 19

Společnost pro dodávky kancelářských potřeb provedla průzkum před uvedením na trh nové skartovačky určené pro domácí použití. Ve šetření vyšlo, že 80% lidí, kteří skartovačku vyzkoušeli, s ní byli spokojeni. Kvůli této vysoké míře spokojenosti se společnost rozhodla novou skartovačku uvést na trh. Předpokládejte, že 80% všech lidí je s touto skartovačkou spokojeno. Během určitého měsíce zakoupilo tuto skartovačku 100 zákazníků. Najděte pravděpodobnost, že z těchto 100 zákazníků bude číslo, kteří jsou spokojeni,

- a. přesně 75,
- b. 73 nebo méně,
- c. od 74 do 85.

Příklad 20

Společnost Johnson Electronics vyrábí kalkulátory. Spokojenost zákazníka je jedním z hlavních cílů vedení. Společnost zaručuje vrácení peněz nebo výměnu za každý kalkulátor, který selže do dvou let od data nákupu. Je známo z minulých dat, že navzdory všem snahám selže 5 % kalkulátorů vyrobených touto společností do dvou let. Společnost nedávno zaslala 500 takových kalkulátorů svým zákazníkům.

- a. Najděte pravděpodobnost, že přesně 29 z 500 kalkulátorů bude vráceno kvůli reklamaci nebo výměně do dvou let.
- b. Jaká je pravděpodobnost, že 27 nebo více z 500 kalkulátorů bude vráceno kvůli reklamaci nebo výměně do dvou let?
- c. Jaká je pravděpodobnost, že od 15 do 22 z 500 kalkulátorů bude vráceno kvůli reklamaci nebo výměně do dvou let?

Příklad 21

Společnost Hurbert Corporation vyrábí fontové kazety pro laserové tiskárny, které prodává společnosti Alpha Electronics Inc. Kazety jsou expedovány Alpha Electronics ve velkém množství. Oddělení kontroly jakosti ve společnosti Alpha Electronics náhodně vybírá 100 kazet z každé zásilky a kontroluje je, zda jsou dobré nebo vadné. Pokud tato vzorková zásilka obsahuje 7 nebo více vadných kazet, je celá zásilka odmítnuta. Společnost Hurbert Corporation slibuje, že z celého počtu kazet je pouze 5 % vadných.

- a. Najděte pravděpodobnost, že daná zásilka kazet, kterou obdrží Alpha Electronics, bude přijata.
- b. Najděte pravděpodobnost, že daná zásilka kazet, kterou obdrží Alpha Electronics, nebude přijata.

Příklad 22

Firma, která vlastní velké množství supermarketů s potravinami, tvrdí, že zákazníci, kteří platí osobními šeky, utratí průměrně 87 dolarů se směrodatnou odchylkou 22 dolarů. Předpokládejme, že výdaje na potraviny všech takových zákazníků v daných obchodech jsou normálně rozděleny.

- a. Najděte pravděpodobnost, že náhodně vybraný zákazník, který platí šekem, utratí za potraviny více než 114 dolarů.
- b. Kolik procent zákazníků, kteří platí šekem, utratí za potraviny mezi 40 a 60 dolary?
- c. Kolik procent zákazníků, kteří platí šekem, utratí za potraviny mezi 70 a 105 dolary?
- d. Je možné, aby zákazník, který platí šekem, utratil více než 185 dolarů? Vysvětlete.

Příklad 23

Ve společnosti Jen and Perry Ice Cream Company je stroj, který plní kartony s ledovou zmrzlinou Top Flavor o hmotnosti 1 libry, nastaven tak, aby do každého kartonu vylil 16 uncí zmrzliny. Nicméně některé kartony obsahují trochu méně a některé trochu více než 16 uncí zmrzliny. Množství zmrzliny ve všech takových kartonech má normální rozdělení se střední hodnotou 16 uncí a směrodatnou odchylkou 0,18 uncí.

- Najděte pravděpodobnost, že náhodně vybraný karton obsahuje 16,20 až 16,50 uncí zmrzliny.
- Kolik procent takových kartonů obsahuje méně než 15,70 uncí zmrzliny?
- Je možné, aby karton obsahoval méně než 15,20 uncí zmrzliny? Vysvětlete.

Příklad 24

Stroj v Kasem Steel Corporation vyrábí železné tyče, které by měly být dlouhé 50 palců. Nicméně stroj nevyrábí všechny tyče o přesně stejné délce. Je známo, že pravděpodobnostní rozdělení délek tyčí vyrobených na tomto stroji je normální se střední hodnotou 50 palců a směrodatnou odchylkou 0,06 palce. Tyče, které jsou buď kratší než 49,85 palce, nebo delší než 50,15 palce, jsou vyřazeny. Kolik procent tyčí vyrobených na tomto stroji je vyřazeno?

Příklad 25

Jenn Bard, která žije v oblasti San Francisco Bay, dojíždí do práce autem. Ví, že jí trvá průměrně 28 minut ráno. Nicméně kvůli variabilitě dopravní situace každé ráno má směrodatnou odchylku těchto příjezdů 5 minut. Předpokládejme, že populace příjezdových dob ráno má normální rozdělení se střední hodnotou 28 minut a směrodatnou odchylkou 5 minut. Jenn musí být v práci do 8:30 ráno. V kolik hodin musí ráno odejít z domova, aby byla pozdě do práce nejvýše 1% času?

Příklad 26

Pravidla Major League Baseball vyžadují, aby míče používané v baseballových zápasech měly obvody mezi 9 a 9,25 palci. Předpokládejme, že míče vyrobené továrnou dodávající míče Major League Baseball mají obvody s normálním rozdělením se střední hodnotou 9,125 palce a směrodatnou odchylkou 0,06 palce. Kolik procent těchto baseballových míčů nesplňuje požadavek na obvod?

Příklad 27

Společnost Mong Corporation vyrábí autoakumulátory. Firma tvrdí, že 80% jejich baterií LL70 vydrží 70 měsíců nebo déle.

- Jaká je pravděpodobnost, že ve výběru 100 takových akumulátorů obsahuje přesně 85, které jsou dobré po dobu 70 měsíců nebo déle?
- Najděte pravděpodobnost, že ve výběru 100 takových akumulátorů obsahuje nejvýše 74, které jsou dobré po dobu 70 měsíců nebo déle.
- Jaká je pravděpodobnost, že ve výběru 100 takových akumulátorů obsahuje mezi 75 a 87, které jsou dobré po dobu 70 měsíců nebo déle?
- Najděte pravděpodobnost, že ve výběru 100 takových akumulátorů obsahuje mezi 72 a 77, které jsou dobré po dobu 70 měsíců nebo déle.

Příklad 28

Stres v zaměstnání je hlavní obavou manažerů. Odhaduje se, že 80% manažerů všech společností trpí stresem souvisejícím s prací.

- Jaká je pravděpodobnost, že ve výběru 200 manažerů společností trpí přesně 150 stresem souvisejícím s prací?
- Najděte pravděpodobnost, že ve výběru 200 manažerů společností trpí alespoň 170 stresem souvisejícím s prací.
- Jaká je pravděpodobnost, že ve výběru 200 manažerů společností trpí 165 nebo méně stresem souvisejícím s prací?
- Najděte pravděpodobnost, že ve výběru 200 manažerů společností trpí mezi 164 a 172 stresem souvisejícím s prací.

Příklad 29

V společnosti Jen and Perry Ice Cream Company plní stroj kartony na zmrzlinu Top Flavor hmotností 1 libra. Stroj může být nastaven tak, aby nalil průměrně libovolné množství zmrzliny do těchto kartonů. Nicméně stroj nedá do každého kartonu přesně stejné množství zmrzliny, mění se od kartonu k kartonu. Je známo, že množství zmrzliny vložené do každého takového kartonu má normální rozdělení se směrodatnou odchylkou 0.18 uncí. Kontrolor jakosti chce nastavit stroj tak, aby alespoň 90% kartonů obsahovalo více než 16 uncí zmrzliny. Jaké by mělo být průměrné množství zmrzliny nalité do těchto kartonů tímto strojem?

Příklad 30

Dvě společnosti, A a B, provrtávají studny na venkově. Společnost A účtuje pevný poplatek 3500 dolarů za provrtání studny bez ohledu na její hloubku. Společnost B účtuje 1000 dolarů plus 12 dolarů za každou stopu provrtané studny. Hloubky studní provrtaných v této oblasti mají normální rozdělení se střední hodnotou 250 stop a směrodatnou odchylkou 40 stop.

- Jaká je pravděpodobnost, že společnost B bude účtovat více než společnost A za vrtání studny?
- Najděte průměrnou částku, kterou společnost B účtuje za vrtání studny.

Příklad 31

Lori právě zakoupila nový set čtyř pneumatik pro své auto. Životnost každé pneumatiky má normální rozdělení se střední hodnotou 45000 mil a směrodatnou odchylkou 2000 mil. Najděte pravděpodobnost, že všechny čtyři pneumatiky vydrží alespoň 46000 mil. Předpokládejte, že životnost každé z těchto pneumatik je nezávislá na životnostech ostatních pneumatik.

Příklad 32

Společnost Jen and Perry Ice Cream vyrábí gurmánskou zmrzlinu. I když zákon umožňuje zmrzlině obsahovat až 50% vzduchu, tento výrobek je navržen tak, aby obsahoval pouze 20% vzduchu. Kvůli variabilitě vlastní výrobnímu procesu je vedení spokojeno, pokud každý püllitr obsahuje mezi 18% a 22% vzduchu. V současnosti vyrábí Jen a Perry ve dvou továrnách své luxusní zmrzliny. V Továrně A je průměrné množství vzduchu na půl litru 20% se směrodatnou odchylkou 2%. V Závodě B je průměrné množství vzduchu na půl litru 19% se směrodatnou odchylkou 1%. Předpokládáme-li, že množství vzduchu je normálně rozděleno v obou závodech, který závod vyrábí větší podíl püllitrů obsahujících mezi 18% a 22% vzduchu?

Příklad 33

Ashley ví, že doba, jež jí trvá cesta do práce, má přibližně normální rozdělení se střední hodnotou 45 minut a směrodatnou odchylkou 3 minuty. V kolik hodin musí ráno opustit domov, aby si byla 95 % jistá, že dorazí do práce do 9 hodin?

Příklad 34

Společnost Alpha Corporation zvažuje dvě dodavatelské společnosti, aby zajistila velké množství ocelových tyčí, které používá. Společnost A vyrábí tyče se střední hodnotou průměru 8 mm a směrodatnou odchylkou 0.15 mm a prodává 10 000 tyčí za 400 dolarů. Společnost B vyrábí tyče se střední hodnotou průměru 8 mm a směrodatnou odchylkou 0.12 mm a prodává 10 000 tyčí za 460 dolarů. Tyč je použitelná pouze tehdy, pokud má průměr mezi 7,8 mm a 8,2 mm. Předpokládejte, že průměry tyčí vyrobených každou firmou mají normální rozdělení. Kterou z těch dvou firem by měla Alpha Corporation použít jako dodavatele? Odůvodněte svou odpověď vhodnými výpočty.

Příklad 35

Hazardér plánuje provést sérii sázek na ruletu. Ruleta má 38 čísel, z nichž 18 je červených, 18 černých a 2 zelené. Při každém zatočení je každé z 38 čísel stejně pravděpodobné. Hazardér si vybere jeden z následujících dvou scénářů. Sázka na jedno číslo: Hazardér vsadí 5 dolarů na určité číslo před každým zatočením. Vyhraje čistou částku 175 dolarů, pokud se toto číslo objeví, a ztratí 5 dolarů v opačném případě. Sázka na barvu: Hazardér vsadí 5 dolarů na červenou barvu před každým zatočením. Vyhraje čistou částku 5 dolarů, pokud padne červené číslo, a ztratí 5 dolarů v opačném případě.

- Pokud hráč uskuteční sekvenci 25 sázek, který z obou sázkových systémů mu nabízí lepší šanci skončit na plusu (vyhrát více peněz než prohrát) po těch 25 sázkách?
- Nyní spočítejte pravděpodobnost skončení na plusu po 25 jednotlivých sázkách na jedno číslo v hodnotě 5 dolarů a po 25 sázkách na barvu v hodnotě 5 dolarů. Potvrzují tyto výsledky váš odhad v části a.? (Před použitím aproximace k výpočtu jakékoli pravděpodobnosti se ujistěte, zda je to vhodné.)

Příklad 36

Doba, kterou bankovní úředník potřebuje na obsluhu náhodně vybraného zákazníka, má normální rozdělení se střední hodnotou 2 minuty a směrodatnou odchylkou 0.5 minuty.

- Jaká je pravděpodobnost, že oba dva náhodně vybraní zákazníci budou potřebovat méně než 1 minutu na obsluhu?
- Jaká je pravděpodobnost, že alespoň jeden z čtyř náhodně vybraných zákazníků bude potřebovat více než 2,25 minut na obsluhu?

Příklad 37

Předpokládejme, že provádíte binomický experiment s 15 pokusy a pravděpodobností úspěchu 0.02. Podle požadavků na velikost vzorku nemůžete v této situaci použít normální rozdělení k aproximaci binomického rozdělení. Použijte střední hodnotu a směrodatnou odchylku tohoto binomického rozdělení a empirického pravidla k vysvětlení, proč je v této situaci problém. (Poznámka: Kreslení grafu a označení hodnot, které odpovídají empirickému pravidlu, je dobrým způsobem, jak začít.)