

BPM_STAE: Koncepty a procedury - cvičení 8, kapitola 7

1. Stručně vysvětlete význam pravděpodobnostního rozdělení náhodné veličiny a výběrového rozdělení. Uveďte pro každé z nich příklad.
2. Stručně vysvětlete význam výběrové chyby. Uveďte příklad. Vyskytuje se taková chyba pouze při výběrovém šetření nebo může nastat i při censu?
3. Stručně vysvětlete význam chyby nezpůsobené náhodným výběrem. Uveďte příklad. Vyskytují se takové chyby pouze při výběrovém šetření nebo můžou nastat i při censu?
4. Uvažujte následující populaci deseti čísel: 20, 25, 13, 19, 9, 15, 11, 7, 17 a 30.
 - (a) Určete populační průměr.
 - (b) Rich provedl jeden výběr devíti čísel z této populace. Výběr obsahoval čísla 20, 25, 13, 9, 15, 11, 7, 17 a 30. Spočítejte výběrový průměr a výběrovou chybu.
 - (c) Když Rich v předchozí části počítal, omylem použil čísla 20, 25, 13, 9, 15, 11, 17, 17 a 30 k výpočtu výběrového průměru. Určete výběrovou a nevýběrovou chybu.
 - (d) Vypište všechny výběry devíti čísel (bez opakování) z této populace. Spočítejte výběrový průměr a výběrovou chybu pro každý z těchto výběrů.
5. Nechť \bar{x} představuje výběrový průměr vzorku o velikost n vybraného z populace o velikosti N .
 - (a) Jaká je střední hodnota rozdělení \bar{x} ?
 - (b) Jaká je směrodatná odchylka rozdělení \bar{x} ? Předpokládejte $n/N \leq 0,05$.
6. Co to je odhad? Kdy je odhad nestranný? Je výběrový průměr, \bar{x} , nestranným odhadem μ ? Vysvětlete.
7. Kdy je odhad označen jako konzistentní? Je výběrový průměr, \bar{x} , konzistentním odhadem μ ? Vysvětlete.
8. Jak se mění hodnota $\sigma_{\bar{x}}$ s rostoucí velikostí vzorku? Vysvětlete.
9. Uvažujme velkou populaci s $\mu = 60$ a $\sigma = 10$. Předpokládejme $n/N \leq 0,05$. Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku výběrového průměru, \bar{x} , pro velikost vzorku: (i) 18 a (ii) 90.
10. Populace o velikosti $N = 5000$ má $\sigma = 25$. Určete σ_x v případě, že: (i) $n = 300$ a $n = 100$.
11. Pro populaci platí $\mu = 125$ a $\sigma = 36$.
 - (a) Pro vzorek vybraný z této populace platí $\mu_x = 125$ a $\sigma_x = 3.6$. Určete velikost vzorku. Předpokládejte $n/N \leq 0.05$.
 - (b) Pro vzorek vybraný z této populace platí $\mu_x = 125$ a $\sigma_x = 2.25$. Určete velikost vzorku. Předpokládejte $n/N \leq 0.05$.
12. Jaké podmínky musí být splněny, aby rozdělení výběrového průměru bylo normální, pokud je velikost vzorku menší než 30?
13. Vysvětlete centrální limitní větu.
14. Populace má rozdělení zesikmené doleva. Uveďte, za jakých podmínek platí centrální limitní věta pro popis pravděpodobnostního rozdělení výběrového průměru pro vzorky o velikosti 400, 25 a 36.
15. Populace má rozdělení zesikmené doprava. Popište tvar pravděpodobnostního rozdělení výběrového průměru pro každý případ: (i) $n = 25$, (ii) $n = 80$ a (iii) $n = 29$.
16. Populace má normální rozdělení. Je vybrán vzorek velikosti n z této populace. Uveďte tvar pravděpodobnostního rozdělení výběrového průměru pro případ: (i) $n = 94$ a (ii) $n = 11$.

17. Pokud jsou vybrány všechny možné vzorky stejné velikosti z populace, jaké procento výběrových průměrů bude ležet v intervalu ± 2.5 směrodatných odchylek (σ_x) od průměru populace?
18. Pokud jsou vybrány všechny možné vzorky stejné velikosti z populace, jaké procento výběrových průměrů bude ležet v intervalu ± 1.5 směrodatných odchylek (σ_x) od průměru populace?
19. Pro populaci s $N = 10000$, $\mu = 124$ a $\sigma = 18$ určete hodnotu z pro následující situace, přičemž $n = 36$.
- (a) $\bar{x} = 128.60$ (b) $\bar{x} = 119.30$ (c) $\bar{x} = 116.88$ (d) $\bar{x} = 132.05$
20. Mějme spojitou náhodnou veličinu x s normálním rozdělením, kde $\mu = 75$ a $\sigma = 14$. Předpokládejme, že $n/N \leq 0.05$. Určete pravděpodobnost, že výběrový průměr \bar{x} , pro náhodný vzorek o velikosti 20, bude: (i) mezi 68.5 a 77.3 a (ii) menší než 72.4.
21. Mějme spojitou náhodnou veličinu x s normálním rozdělením, kde $\mu = 48$ a $\sigma = 8$. Předpokládejme, že $n/N \leq 0.05$. Určete pravděpodobnost, že výběrový průměr \bar{x} , pro náhodný vzorek o velikosti 16, bude (i) mezi 49.6 a 52.2 (ii) více než 45.7.
22. Mějme spojitou náhodnou veličinu x s rozdělením zešikmeným doleva, kde $\mu = 90$ a $\sigma = 18$. Předpokládejme, že $n/N \leq 0.05$. Určete pravděpodobnost, že výběrový průměr \bar{x} pro náhodný vzorek o velikosti 64 bude (i) menší než 82.3 a (ii) větší než 86.7.
23. V populaci 1000 subjektů má 640 určitou charakteristiku. Ve výběru 40 subjektů z této populace má 24 subjektů stejnou charakteristiku. Jaké jsou hodnoty populačního a výběrového podílu?
24. V populaci 5000 subjektů má 600 určitou charakteristiku. Výběrem 120 subjektů z této populace má 18 subjektů stejnou charakteristiku. Jaké jsou hodnoty populačního a výběrového podílu?
25. V populaci 18700 subjektů má 30 % určitou charakteristiku. Výběrem 250 subjektů z této populace má 25 % subjektů stejnou charakteristiku. Kolik subjektů v populaci a vzorku má tuto charakteristiku?
26. Nechť \hat{p} je podíl prvků ve vzorku, kteří mají určitou charakteristiku.
- (a) Jaký je průměr \hat{p} ?
- (b) Jaký je vzorec pro výpočet směrodatné odchylky \hat{p} ? Předpokládejte, že $n/N \leq 0,05$.
- (c) Jaká podmínka (podmínky) musí být splněna pro to, aby výběrové rozdělení \hat{p} bylo přibližně normální?
27. Pro populaci s $N = 12000$ a $p = 0.71$ jsme pro náhodný vzorek 900 prvků vybraný z této populace spočetli $\hat{p} = 0.66$. Určete výběrovou chybu.
28. Pro populaci, kde $N = 2800$ a $p = 0,29$. na základě náhodného výběru 80 prvků vybraných z této populace dostaneme hodnotu $\hat{p} = 0.33$. Určete výběrovou chybu.
29. Jak získáme odhad podílu populace? Je tento odhad nestranný? Vysvětlete, proč ano nebo proč ne.
30. Je výběrový podíl konzistentním odhadem podílu populace? Vysvětlete, proč ano nebo proč ne.
31. Jak se mění hodnota $\sigma_{\hat{p}}$ s rostoucí velikostí výběru? Vysvětlete. Předpokládejte $n/N \leq 0.05$.
32. Uvažujte velkou populaci s $p = 0.21$. Za předpokladu, že $n/N \leq 0.05$, určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku výběrového podílu \hat{p} pro velikost výběru (i) 400 a (ii) 750.
33. Populace o velikosti $N = 1400$ má podíl roven 0.47. Který vzorec k výpočtu $\sigma_{\hat{p}}$ použijete v následujících případech a proč? Použitím příslušného vzorce spočítejte $\sigma_{\hat{p}}$ pro každý z případů (i) $n = 90$ a (ii) $n = 50$.
34. Podle centrální limitní věty je výběrové rozdělení \hat{p} přibližně normální, když je vzorek velký. Co se považuje za velký vzorek v případě podílu? Stručně vysvětlete.
35. Uveďte, ve kterých z následujících případů se bude aplikovat centrální limitní věta k popisu výběrového rozdělení podílu.

(a) $n = 400$ a $p = 0.28$ (b) $n = 80$ a $p = 0.05$ (c) $n = 60$ a $p = 0.12$ (d) $n = 100$ a $p = 0.035$

36. Uveďte, ve kterých z následujících případů se bude aplikovat centrální limitní věta k popisu výběrového rozdělení podílu.

(a) $n = 20$ a $p = 0.45$ (b) $n = 75$ a $p = 0.22$ (c) $n = 350$ a $p = 0.01$ (d) $n = 200$ a $p = 0.022$

37. Pokud jsou vybrány všechny možné vzorky stejné velikosti z populace, jaké procento všech výběrových podílů bude v rozsahu 2-násobku směrodatné odchylky ($\sigma_{\hat{p}}$) od podílu populace?

38. Pokud jsou vybrány všechny možné vzorky stejné velikosti z populace, jaké procento všech výběrových podílů bude v rozsahu 3-násobku směrodatné odchylky ($\sigma_{\hat{p}}$) od podílu populace?

39. Pro populaci s $N = 18000$ a $p = 0.25$ pro vzorek o velikosti $n = 70$ určete hodnotu z pro následující hodnoty

(a) $\hat{p} = 0.26$ (b) $\hat{p} = 0.32$ (c) $\hat{p} = 0.17$ (d) $\hat{p} = 0.20$