

BPM_STAE: Koncepty a procedury - cvičení 11. kapitola 10

1. Stručně vysvětlete význam nezávislých a závislých výběrů. Uveďte jeden příklad každého.
2. Popište výběrové rozdělení $x_1 - x_2$ pro dva nezávislé výběry, když σ_1 a σ_2 jsou známy a buď oba výběry mají velkou velikost nebo obě populace mají normální rozdělení. Jaké jsou průměr a směrodatná odchylka tohoto rozdělení?
3. Následující informace je získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou normálně rozdělených populací.

$$\begin{array}{lll} n_1 = 20 & x_1 = 8.34 & \sigma_1 = 1.89 \\ n_2 = 15 & x_2 = 4.85 & \sigma_2 = 2.72 \end{array}$$

- (a) Jaký je bodový odhad pro $\mu_1 - \mu_2$?
 - (b) Sestavte 99% interval spolehlivosti pro $\mu_1 - \mu_2$ a určete chybové rozpětí tohoto odhadu.
4. Následující informace je získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou populací.

$$\begin{array}{lll} n_1 = 750 & \bar{x}_1 = 1.05 & s_1 = 4.85 \\ n_2 = 800 & \bar{x}_2 = 1.54 & s_2 = 7.60 \end{array}$$

- (a) Jaký je bodový odhad pro $\mu_1 - \mu_2$?
 - (b) Sestavte 95% interval spolehlivosti pro $\mu_1 - \mu_2$ a určete chybové rozpětí tohoto odhadu.
5. Následující informace je získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou normálně rozdělených populací. Testujte na hladině významnosti 5%, zda jsou oba populační průměry odlišné.

$$\begin{array}{lll} n_1 = 24 & \bar{x}_1 = 5.56 & s_1 = 1.65 \\ n_2 = 27 & \bar{x}_2 = 4.80 & s_2 = 1.58 \end{array}$$

6. Následující informace je získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou populací. Testujte na hladině významnosti 5%, zda je μ_1 menší než μ_2 .

$$\begin{array}{lll} n_1 = 300 & \bar{x}_1 = 22.0 & s_1 = 4.9 \\ n_2 = 250 & \bar{x}_2 = 27.6 & s_2 = 4.5 \end{array}$$

7. Vysvětlete, jaké podmínky musí být splněny pro použití studentova t-rozdělení k sestavení intervalu spolehlivosti a testování hypotézy o $\mu_1 - \mu_2$ pro dva nezávislé výběry ze dvou populací s neznámými, ale stejnými směrodatnými odchylkami.
8. Následující informace byla získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou normálně rozdělených populací s neznámými, ale stejnými směrodatnými odchylkami.

$$\begin{array}{lll} n_1 = 21 & \bar{x}_1 = 12.82 & s_1 = 4.12 \\ n_2 = 20 & \bar{x}_2 = 16.75 & s_2 = 3.46 \end{array}$$

- (a) Jaký je bodový odhad pro $\mu_1 - \mu_2$?
 - (b) Sestavte 95% interval spolehlivosti pro $\mu_1 - \mu_2$.
9. Následující informace byla získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou normálně rozdělených populací s neznámými, ale stejnými směrodatnými odchylkami. Testujte na hladině významnosti 5%, zda jsou oba populační průměry odlišné.

$$\begin{array}{lll} n_1 = 21 & \bar{x}_1 = 12.82 & s_1 = 4.12 \\ n_2 = 20 & \bar{x}_2 = 16.75 & s_2 = 3.46 \end{array}$$

10. Následující informace byla získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou populací s neznámými, ale stejnými směrodatnými odchylkami. Testujte na hladině významnosti 1%, zda jsou populační průměry odlišné.

$$\begin{array}{lll} n_1 = 50 & \bar{x}_1 = 90.40 & s_1 = 10.40 \\ n_2 = 55 & \bar{x}_2 = 86.30 & s_2 = 9.75 \end{array}$$

11. Následující informace byla získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou populací s neznámými, ale stejnými směrodatnými odchylkami. Testujte na hladině významnosti 5%, zda je μ_1 větší než μ_2 .

$$\begin{array}{lll} n_1 = 50 & \bar{x}_1 = 90.40 & s_1 = 10.40 \\ n_2 = 55 & \bar{x}_2 = 86.30 & s_2 = 9.75 \end{array}$$

12. Následující informace byla získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou normálně rozdělených populací s neznámými, ale stejnými směrodatnými odchylkami.

Vzorek 1: 47.7, 42.8, 51.9, 34.1, 65.8, 61.5, 52.1, 40.8, 53.1, 46.1, 47.9, 45.7, 46.7

Vzorek 2: 50.0, 47.4, 32.7, 38.6, 54.0, 46.3, 42.5, 40.8, 39.0, 68.2

- (a) Necht' μ_1 resp. μ_2 je střední hodnota populace 1. resp. populace 2. Jaký je bodový odhad pro $\mu_1 - \mu_2$?
- (b) Sestavte 98% interval spolehlivosti pro $\mu_1 - \mu_2$.
- (c) Testujte na hladině významnosti 1%, zda je μ_1 větší než μ_2 .
13. Následující informace byla získána ze dvou nezávislých výběrů ze dvou normálně rozdělených populací s neznámými, ale stejnými směrodatnými odchylkami.
- Vzorek 1: 2.18, 2.23, 1.96, 2.24, 2.84, 1.87, 2.68, 2.15, 2.49, 1.95,
- Vzorek 2: 1.82, 1.86, 2.00, 1.89, 1.73, 1.34, 1.43, 2.05, 1.54, 2.50, 2.08, 2.13,
- (a) Necht' μ_1 resp. μ_2 je střední hodnota populace 1. resp. populace 2. Jaký je bodový odhad pro $\mu_1 - \mu_2$?
- (b) Sestavte 99% interval spolehlivosti pro $\mu_1 - \mu_2$.
- (c) Testujte na hladině významnosti 2.5%, zda je μ_1 nižší než μ_2 .
14. Za předpokladu, že obě populace pochází z normálního rozdělení s nerovnými a neznámými směrodatnými odchylkami, sestavte 95% interval spolehlivosti pro $\mu_1 - \mu_2$ pro následující hodnoty. Testujte na hladině významnosti 5%, zda se oba populační průměry liší. Testujte na hladině významnosti 1%, zda je μ_1 menší než μ_2 .

$$\begin{array}{lll} n_1 = 24 & \bar{x}_1 = 20.50 & s_1 = 3.90 \\ n_2 = 16 & \bar{x}_2 = 22.60 & s_2 = 5.15 \end{array}$$

15. Za předpokladu, že obě populace mají nerovné a neznámé směrodatné odchylky, sestavte interval spolehlivosti 99% pro $\mu_1 - \mu_2$ pro následující hodnoty. Testujte na hladině významnosti 1%, zda se oba populační průměry liší. Testujte na hladině významnosti 2.5%, zda je μ_1 větší než μ_2 .

$$\begin{array}{lll} n_1 = 50 & \bar{x}_1 = 0.863 & s_1 = 0.143 \\ n_2 = 48 & \bar{x}_2 = 0.796 & s_2 = 0.048 \end{array}$$

16. Vysvětlete, kdy byste použili postup k sestavení intervalů spolehlivosti a testování hypotéz pro párové výběry.

17. Najděte intervaly spolehlivosti pro μ_d . Předpokládejte, že populace párových rozdílů je normálně rozdělená.

- (a) $n = 12$, $d = 17.5$, $s_d = 6.3$. Hladina spolehlivosti = 99%.
- (b) $n = 27$, $d = 55.9$, $s_d = 14.7$. Hladina spolehlivosti = 95%.
- (c) $n = 16$, $d = 29.3$, $s_d = 8.3$. Hladina spolehlivosti = 90%.

18. Proveďte následující testy hypotéz. Předpokládejte, že populace párových rozdílů je normálně rozdělena.
- $H_0 : \mu_d = 0, H_1 : \mu_d \neq 0, n = 26, \bar{d} = 9.6, s_d = 3.9, \alpha = 0.05.$
 - $H_0 : \mu_d = 0, H_1 : \mu_d > 0, n = 15, \bar{d} = 8.8, s_d = 4.7, \alpha = 0.01.$
 - $H_0 : \mu_d = 0, H_1 : \mu_d < 0, n = 20, \bar{d} = -7.4, s_d = 2.3, \alpha = 0.10.$
19. Jaký je tvar výběrového rozdělení $p_1 - p_2$ pro dva velké vzorky? Jaké jsou střední hodnota a směrodatná odchylka tohoto výběrového rozdělení?
20. Kdy jsou výběry považovány za dostatečně velké pro to, aby výběrové rozdělení rozdílu mezi dvěma výběrovými poměry bylo (přibližně) normální?
21. Sestavte 95% interval spolehlivosti pro $p_1 - p_2$ pro následující hodnoty: $n_1 = 300, p_1 = 0.55, n_2 = 200, p_2 = 0.62$
22. Sestavte 99% interval spolehlivosti pro $p_1 - p_2$ pro následující hodnoty: $n_1 = 100, p_1 = 0.81, n_2 = 150, p_2 = 0.74$
23. Uvažte následující informace získané ze dvou nezávislých vzorků: $n_1 = 300, p_1 = 0.55, n_2 = 200, p_2 = 0.62.$ Otestujte na hladině významnosti 1%, zda jsou oba poměry populací různé.
24. Uvažte následující informace získané ze dvou nezávislých vzorků: $n_1 = 100, p_1 = 0.81, n_2 = 150, p_2 = 0.77.$ Otestujte na hladině významnosti 5%, zda je $p_1 - p_2$ odlišné od nuly.
25. Představte si, že zkoumáme míru výskytu určité vlastnosti v rámci dvou různých populací. Výběr 1000 pozorování z první populace obsahuje 290 případů s touto vlastností. Další výběr 1200 pozorování z druhé populace obsahuje 396 případů s touto vlastností. Naším cílem je zjistit, zda se podíl případů s touto vlastností v obou populacích liší.
- Najděte bodový odhad $p_1 - p_2.$
 - Sestavte 98% interval spolehlivosti pro $p_1 - p_2.$
 - Ukážete oblasti zamítnutí a nepřijetí na výběrovém rozdělení $p_1 - p_2$ pro $H_0 : p_1 = p_2$ versus $H_1 : p_1 \neq p_2.$ Použijte hladinu významnosti 1%.
 - Najděte hodnotu testové statistiky z pro test z části c).
 - Zamítnete nulovou hypotézu uvedenou v části c) na hladině významnosti 1%?
26. Představte si, že zkoumáme míru výskytu určité vlastnosti v rámci dvou různých populací. Výběr 500 pozorování z první populace obsahuje 305 případů s touto vlastností. Další výběr 600 pozorování z druhé populace obsahuje 348 případů s touto vlastností. Naším cílem je zjistit, zda se podíl případů s touto vlastností v obou populacích liší.
- Najděte bodový odhad $p_1 - p_2.$
 - Sestavte 97% interval spolehlivosti pro $p_1 - p_2.$
 - Naleznete oblasti zamítnutí a nepřijetí na výběrovém rozdělení $p_1 - p_2$ pro $H_0 : p_1 = p_2$ versus $H_1 : p_1 > p_2.$ Použijte hladinu významnosti 2.5%.
 - Najděte hodnotu testové statistiky z pro test z části c).
 - Zamítnete nulovou hypotézu uvedenou v části c) na hladině významnosti 2.5%?