



Masarykova univerzita
Ekonomicko-správní fakulta

Matematika 2

Práce opravovaná tutorem

Pokyny k vypracování:

Studentovi bude přiřazeno zadání náhodně dle jeho čísla UČO. Každé zadání obsahuje slovně formulovaný optimalizační problém. K němu je třeba sestavit matematický model, následně pomocí vhodného software nalézt řešení (doporučen je doplněk Řešitel v Excelu, ale můžete použít libovolný jiný program dle své volby), interpretovat výsledky a zodpovědět případné doplňující otázky.

Odevzdání: Do odevzdáárny nahrajte soubor obsahující zápis matematického modelu a dokladující použití softwareového nástroje k řešení problému. V případě použití Excelu stačí doložit příslušný sešit se vzorci pro jednotlivé složky modelu (rozhodovací proměnné, účelová funkce a omezující podmínky) a uloženým nastavením doplnku Solver, pomocí něhož se dospělo k získání řešení. Při použití jiných specializovaných programů nebo online nástrojů stačí doložit seznam použitých příkazů a výstup vybraného sw či zdrojový kód dokumentující váš postup. Nezbytnou součástí musí být též interpretace výsledků a zdůvodnění odpovědí na doplňující otázky.

Termín odevzdání: 31.12.2024

Téma A: Plánování pracovní síly

Softwareová společnost předpokládá zvýšený zájem o její produkty. Nicméně vedení se obává dostatečnosti svých programátorů k uspokojení zvýšené poptávky s ohledem na historii fluktuace pracovní síly (každý měsíc opouští společnost 5 % programátorů). Namísto toho, aby najímali nové pracovníky, zvažuje vedení zapsání některých nebo všech svých programátorů do intenzivního měsíčního školicího programu. Po úspěšném dokončení školicího programu by programátor obdržel zvýšení platu a podepsal by smlouvu, že neopustí společnost po dobu nejméně 6 měsíců. Vycvičení programátoři by tak byli imunní vůči běžné fluktuaci.

Vedení věří, že úspěšné dokončení programu zvýší produktivitu programátora o 20 % a plánuje implementovat politiku bez propouštění, aby podpořilo účast. Nicméně pouze 90 % programátorů je předpovězeno, že školicí program úspěšně dokončí. Ti, kteří se zapsali do školicího programu, ale program úspěšně nedokončí, se vrátí do pracovní síly na své úrovni před školením (pro jednoduchost předpokládejte, že nejsou kandidáty na fluktuaci během svého školicího měsíce a že se mohou později znovu zapsat do školicího programu).

Měsíční poptávka po nevytvčených programátorech pro následujících šest měsíců je uvedena v tabulce níže. Pokud jsou k dispozici vycvičení programátoři, jejich vyšší produktivita umožňuje vedení uspokojit poptávku s menším počtem programátorů. Například poptávka v lednu může být uspokojena s 100 nevytvčenými programátory nebo s 82 nevytvčenými a 15 vycvičenými programátory (protože $82 + 1,20 \times 15 = 100$).

Měsíc Programátorů	Požadovaný počet neškolených programátorů					
	leden	únor	březen	duben	květen	červen
	100	100	115	125	140	150

Programátor nemůže být během jednoho měsíce zapojen do výroby a současně se účastnit vzdělávacího programu. Na začátku ledna má firma k dispozici 145 (nezaškolených) programátorů. Měsíční mzdové náklady společnosti jsou 3000 dolarů za nenaškoleného programátora (zapojeného buď do výroby, nebo do vzdělávacího programu) a 3300 dolarů za školeného programátora.

1. Určete plán školení na dobu od ledna do června, který splňuje požadavky na pracovní sílu za nejnižší náklady. Povolte částečné úvazky. Jaké jsou optimální náklady?
2. Pokud by společnost měla o jednoho programátora méně na začátku (tj. pracovní síla by byla 144), byly by náklady vyšší nebo nižší a o kolik? K zodpovězení otázky využijte citlivostní zprávu Řešitele.
3. Pokud by společnost mohla přesunout poptávku z června do dubna (tj. tak, aby poptávka v červnu byla nižší a poptávka v dubnu byla vyšší o stejnou částku), byly by náklady vyšší nebo nižší a o kolik?

Téma B: Hart Venture Capital

Hart Venture Capital (HVC) se specializuje na poskytování rizikového kapitálu pro vývoj softwaru a internetové aplikace. V současné době má HVC dvě investiční příležitosti: (1) Security Systems: firma, která potřebuje dodatečný kapitál k rozvoji softwarového balíku internetové bezpečnosti a (2) Market Analysis: společnost zabývající se průzkumem trhu, která potřebuje další kapitál na vývoj softwarového balíčku pro provádění průzkumů spokojenosti zákazníků. Výměnou za své akcie společnost Security Systems požádala HVC o poskytnutí 600 000 USD v prvním roce, 600 000 v druhém roce a 250 000 USD ve třetím roce během nadcházejícího tříletého období. Společnost Market Analysis požádala HVC o poskytnutí 500 000 USD v prvním roce, 350 000 USD ve druhém roce a 400 000 USD v posledním roce za stejné tříleté období. HVC věří, že obě investiční příležitosti se vyplatí využít. Kvůli jiným investicím však jsou ochotni uvolnit v prvním roce na oba projekty maximálně 800 000 USD, ve druhém roce maximálně 700 000 USD ve třetím roce nejvýše 500 000 USD.

Finanční experti společnosti HVC analyzovali oba projekty a doporučili jako investiční cíl maximalizaci čisté současné hodnoty celkové investice do obou firem. Tento přístup zohledňuje odhad hodnoty akcií na konci tříletého období i odliv kapitálu, které jsou nezbytné během každého ze tří let. Při použití 8% návratnosti, HVC finanční analytický tým odhaduje, že 100% financování projektu Security Systems má čistou současnou hodnotu 1 800 000 USD a 100% financování projektu Market Analysis má čistou současnou hodnotu 1 600 000 USD.

HVC má možnost financovat projekty i částečně. Pro ilustraci: pokud se například HVC rozhodne financovat 40 % projektu Security Systems, bude v prvním roce zapotřebí investovat $0,40 * (\$600,000) = \$240,000$, v druhém roce by byla potřeba $0,40 * (\$600,000) = \$240,000$ a v posledním roce by byla požadována investice ve výši $0,40 * (\$250,000) = \$100,000$. V tomto případě čistá současná hodnota projektu bude $0,40 * (\$1,800,000) = \$720,000$.

Proveďte analýzu investičního problému HVC a připravte zprávu, která bude představovat vaše zjištění a doporučení. Na základě řešení modelu určete jaké procento každého projektu by HVC mělo financovat a jaká bude čistá současná hodnota celkové investice. Stanovte plán alokace kapitálu pro nadcházející tříleté období. Doplňte diskusi následujících položek:

1. Jaký vliv na investiční rozhodnutí by měla možnost společnosti HVC použít dodatečných \$100 000 během prvního roku? Změnila by se participace HVC na jednotlivých projektech?
2. Jak by vypadal plán alokace kapitálu, kdyby byla dodatečná investice \$100 000 v prvním roce dostupná?
3. Jak by se tato dodatečná investice projevila na celkové čisté současné hodnotě?

Téma C: Návrh systému distribuce

Společnost Krotzer vyrábí a distribuuje měřiče používané k měření spotřeby elektrické energie. Společnost začala s malou výrobní továrnou v El Pasu a postupně si vybudovala zákaznickou základnu po celém Texasu. Distribuční centrum bylo založeno ve Ft. Worthu a později, s rozšiřováním podnikání, bylo druhé distribuční centrum založeno v Santa Fe. Výrobní závod v El Pasu byl rozšířen, když společnost začala prodávat své měřiče v Arizoně, Kalifornii, Nevadě a Utahu. S rozvojem podnikání na západním pobřeží společnost otevřela třetí distribuční centrum v Las Vegas a před pouhými dvěma lety otevřela druhý výrobní závod v Sacramentu.

Výrobní náklady se liší mezi výrobními závody společnosti. Náklady na výrobu jednoho měřiče vyrobeného v závodě v El Pasu činí 10,50 USD. Výrobní závod v Sacramentu používá novější a efektivnější zařízení a jeho výrobní náklady činí pouze 10,00 USD za kus. Čtvrtletní výrobní kapacita je 30 000 měřičů v starším závodě v El Pasu a 20 000 měřičů v závodě v Sacramentu. Závozky ze závodu v Sacramentu do distribučního centra ve Ft. Worthu nejsou povoleny. Vzhledem k rychlému růstu firmy nebyla věnována pozornost efektivitě distribučního systému, ale vedení společnosti se rozhodlo, že je čas tento problém řešit. Náklady na přepravu jednoho měřiče z obou závodů do každého ze tří distribučních center jsou uvedeny v následující tabulce.

Závod	Distribuční centrum		
	Ft Worth	Santa Fe	Las Vegas
El Paso	3,20	2,20	4,20
Sacramento	–	3,90	1,20

Společnost obsluhuje devět zákaznických zón ze tří distribučních center. Prognóza počtu měřičů potřebných v každé zákaznické zóně pro příští čtvrtletí je uvedena v následující tabulce.

Zákaznická zóna	Poptávka (ks)
Dallas	6300
San Antonio	4880
Wichita	2130
Kansas City	1210
Denver	6120
Salt Lake City	4830
Phoenix	2750
Los Angeles	8580
San Diego	4460

Cena za dopravu jednoho měřiče (v USD) z každého distribučního centra do každé zákaznické zóny je uvedena v následující tabulce. Upozorňujeme, že některá distribuční centra neobsluhují určité zákaznické zóny, protože náklady by byly příliš vysoké.

DC	Customer zone								
	Dal	SA	Wich	KC	Den	SLC	Pho	LA	SD
FW	0,30	2,10	3,10	4,40	6,00	–	–	–	–
SF	5,20	5,40	4,50	6,00	2,70	4,70	3,40	3,30	2,70
LV	–	–	–	–	5,40	3,30	2,40	2,10	2,50

V současném distribučním systému je poptávka v oblastech Dallas, San Antonio, Wichita a Kansas City uspokojována zásilkami z distribučního centra ve Ft Worth. Obdobně jsou zákaznické oblasti Denver, Salt Lake City a Phoenix obsluhovány distribučním centrem v Santa Fe a oblasti zákazníků Los Angeles a San Diego jsou obsluhovány distribučním centrem v Las Vegas. Závod v El Pasu zásobuje distribuční centra ve Ft. Worth a Santa Fe, zatímco závod v Sacramentu zásobuje distribuční centrum v Las Vegas.

Byli jste povoláni, abyste předložili doporučení pro zlepšení distribučního systému a zejména vyřešili následující problémy.

1. Pokud firma nezmění svou stávající distribuční strategii, jaká bude nákladová struktura distribučního systému následující čtvrtletí?
2. Předpokládejme, že firma je ochotna zvážit odstranění omezení distribučních center. Jinými slovy, zákaznické zóny by nebyly nutně přiděleny vybraným distribučním centům a distribuční centra by nebyla nutně přidělena závodům. O kolik by se náklady mohly snížit s touto dodatečnou flexibilitou?
3. V blízké budoucnosti firma předpokládá střední růst poptávky asi o 20 procent. Předpokládejme, že tento růst bude naplněn pomocí stávajících tras a rozšiřováním kapacity továren dle potřeby. Jaké kapacity závodů by byly potřebné? Jaké by byly celkové náklady systému?
4. Vzhledem ke zvýšeným nákladům v části c), o kolik by mohla větší flexibilita distribuce a zvýšení kapacity závodů ušetřit na ročních výdajích? Jaké by byly potřebné kapacity závodů?

Téma D: Nákup komponent

American Electronics Corporation (AEC) je předním výrobcem sítě propojených počítačových systémů a příslušenství. Jejich produktové portfolio se skládá ze dvou řad, řady Desktop (DK) a řady Workstation (WS). V každé řadě jsou zahrnuty různé modely, jak je uvedeno v tabulce marketingových údajů. V tabulce níže najdete odhady maximální potenciální poptávky, které marketingové oddělení v příštím čtvrtletí očekává, a to pro vybrané jednotlivé modely a pro každou řadu zvlášť. Kromě toho jsou zde uvedeny informace o minimální úrovni poptávky, kterou představují smlouvy o prodeji již uzavřené s hlavními distributory.

Model	min. poptávka	max. poptávka	prodejní cena [\$]
DK-1	–	1800	3000
DK-2	600	–	2000
DK-3	–	300	1500
DK řada		3600	
WS-1	500	–	1500
WS-2	400	–	800
WS řada		2500	

AEC vyrábí mnoho svých klíčových komponent ve vlastních továrnách. Nedávno se centrála společnosti AEC dozvěděla od své divize polovodičů, že dodávky nových CPU čipů jsou velmi omezené. Také mají omezenou kapacitu výroby pevných disků a navíc dochází ke zpřísnování přidělu paměťových čipů (které AEC nakupuje externě). Tyto informace v podobě čtvrtletních dodávek spolu s informacemi o nárocích jednotlivých modelů na tyto komponenty jsou shrnuty v tabulce níže.

komponenta	potřeba pro model					dostupné množství
	DK-1	DK-2	DK-3	WS-1	WS-2	
CPU čip	1	1	1	1	1	6000
pevný disk	1	2	1	2	1	9000
paměťový čip	4	2	2	2	1	12000

Byli jste požádáni, abyste vytvořili pro problém optimálního plánování výroby model lineárního programování. Vzhledem k tomu, že v AEC není plánováno propouštění zaměstnanců a téměř všechny výrobní náklady jsou fixní, měl by model maximalizovat tržby pro nadcházející čtvrtletí za podmínky omezení nabídky a poptávky.

1. Určete optimální produktový mix. Jaká je maximální tržba?
2. Použijte citlivostní zprávu Řešitele ke zjištění účinku zvýšení kapacity pevných disků o 150 ks. Jak se změní množství vyráběných produktů? Jak se změní optimální tržby?
3. Pro jak velkou změnu kapacity pevných disků bude platná stínová cena z bodu b)?

Téma E: Plánování automobilové výroby

Společnost Auto Company of America (ACA) vyrábí čtyři typy vozů: malé, kompaktní, střední a luxusní. ACA také vyrábí nákladní automobily a dodávky. Kapacita dodavatelů omezuje celkovou výrobní kapacitu na maximálně 1 200 000 vozidel ročně. Malé a kompaktní vozy jsou vyráběny společně v zařízení s celkovou roční kapacitou 620 000 automobilů. Střední a luxusní vozy jsou vyráběny v jiném zařízení s kapacitou 400 000 vozů a zařízení pro nákladní automobily a dodávky má kapacitu 275 000 vozidel. Marketingová strategie ACA vyžaduje, aby malé a kompaktní vozy tvořily alespoň polovinu produktového mixu ze čtyř typů vozů. Ziskové marže, tržní potenciál a účinnost využití paliva jsou shrnuty níže.

Typ	zisk (\$/vůz)	tržní potenciál (tisíc ks)	účinnost (MPG)
malý	150	600	40
kompaktní	225	400	34
střední	250	300	15
luxusní	500	225	12
nákladní	400	325	20
dodávka	200	100	25

Současné vládní normy pro průměrnou účinnost využití paliva vyžadují průměrnou účinnost využití paliva vozového parku nejméně 27 mil na galon. ACA by ráda použila lineární programování k porozumění dopadům vládní a firemní politiky na plán výroby.

1. Určete optimální výrobní plán pro ACA. Jaký je maximální zisk a příslušný produktový mix?
2. Použijte citlivostní zprávu Řešitele k zjištění dopadů nárůstu tržního potenciálu malých a kompaktních vozidel o 10 kusů. Jak se změní produkce? Jak se změní optimální zisk?
3. Pomocí stínových cen zjistěte, o kolik by se snížil roční zisk z části a), kdyby požadavek na účinnost paliva byl zvýšen nad 27 MPG. Rozhodněte, pro jak velké navýšení je stínová cena platná.

Téma F: Volba investičního portfolia

Investiční manažer chce stanovit optimální portfolio pro bohatého klienta. Fond má k dispozici 2,5 milionu dolarů k investování a jeho cílem je maximalizovat celkový dolarový výnos z růstu a dividend během nadcházejícího roku. Klient prozkoumal osm technologických společností a chce, aby portfolio obsahovalo pouze akcie těchto společností. Tři ze společností (S1-S3) jsou především softwarové společnosti, tři (H1-H3) jsou především hardwarové společnosti a dvě (C1-C2) jsou internetové poradenské společnosti. Klient stanovil, že do každé z těchto tří oblastí nesmí být přiděleno více než 40 procent investic. Pro zajištění diverzifikace musí být do každé z osmi akcií investováno alespoň 100 000 dolarů. Navíc musí být zakoupený počet akcií jakékoli společnosti násobkem 1000.

Tabulka níže uvádí odhady z databáze investiční společnosti týkající se těchto akcií. Odhady zahrnují cenu akcie, předpokládanou roční růstovou sazbu ceny akcií a předpokládanou roční dividendu na akcii.

	S1	S2	S3	H1	H2	H3	C1	C2
Cena akcie	\$40	\$50	\$80	\$60	\$45	\$60	\$30	\$25
Míra růstu ceny akcie	0,05	0,10	0,03	0,04	0,07	0,15	0,22	0,25
Dividenda	\$2,00	\$1,50	\$3,50	\$3,00	\$2,00	\$1,00	\$1,80	\$0,00

1. Určete maximální výnos portfolia. Jaké optimální množství zakoupených akcií jednotlivých společností? Jaká odpovídající částka je do nich investována?
2. Srovnajte nalezené řešení, s řešením pro zjednodušenou situaci, kdy počty akcií nemusí tvořit násobky 1000. O kolik procent celočíselná omezení mění optimální hodnotu účelové funkce? Jak se změní optimální výše investic?

Téma G: Rozvrh Rezervací

Společnost Roth Auto Rentals, která se specializuje na pronájem SUV vozů, sestavuje plán pro uspokojení poptávky na příští týden. Vrchol poptávky přichází o víkendu, kdy může nadostatek SUV vozů. Níže jsou uvedeny zaznamenané požadavky zákazníků.

Dny	Zákazníků
Pá –Po	1
Pá –So	4
Pá –Ne	5
So– Ne	4
So– Po	3
Ne	2

Cena pronájmu závisí na tom, na které dny se smlouva vztahuje.

Dny	Pá –Po	Pá –So	Pá –Ne	So– Ne	So- Po	Ne
Cena (USD)	119,95	69,95	99,95	74,95	89,95	39,95

Roth Auto Rentals provozuje pouze jeden typ vozidla a očekává, že bude mít k zapůjčení přes víkend k dispozici deset SUV.

1. Jaký je maximální příjem, který lze získat při uspokojení vybraných objednávek ze seznamu ?
2. Jaké procento počtu zákazníků je uspokojeno v optimálním řešení a)?
3. Jaké procento poptávky v dolarech je uspokojeno v optimálním řešení a)?
4. Odpovězte znovu na výše uvedené tři otázky pro situaci, kdy by velikost vozového parku vzrostla na 11-16 vozů.

Téma H: Plánování reklamní kampaně

Flamingo Grill je luxusní restaurace ve městě St.Petersburg na Floridě. Management společnosti Flamingo najal mediální agenturu Haskell & Johnson (HJ) aby naplánovala reklamní kampaň pro nadcházející sezónu. Vedení společnosti si od HJ vyžádalo doporučení týkající se rozdělení rozpočtu na televizní, rozhlasovou a novinovou reklamu. Rozpočet kampaně byl stanoven na 279 000 USD.

Na schůzce s vedením společnosti Flamingo poskytli konzultanti HJ následující informace o hodnocení efektivity expozice stávajících zákazníků, svůj odhad počtu potenciálních nových zákazníků oslovených při jednom zveřejnění reklamy a náklady na každou reklamu.

	Oslovení stávajících	Nových zákazníků	Náklady na zveřejnění
Televize	90	4000	\$10,000
Rádio	25	2000	\$3,000
Noviny	10	1000	\$1,000

Za měřítko účinku reklamy je považován zásah jak stávajících zákazníků, tak potenciálních nových zákazníků. Jeho velikost je ovlivněna faktory jako image, nápaditost, vizuální a zvuková přitažlivost a tak dále. Podle očekávání dražší televizní reklama má nejvyšší účinek na stávající a zároveň největší potenciál pro oslovení nových zákazníků.

Konzultanti HJ upozornili, že údaje týkající se zásahu zákazníků jsou použitelné pouze pro prvních několik zveřejnění reklamy v každém médiu. Pro televizi uvedl HJ že hodnocení expozice 90 stávajících a 4000 nových zákazníků zasažených reklamou jsou spolehlivé jen pro prvních 10 odvysílání televizní reklamy. Očekává se, že po 10 vysíláních se přínos sníží. Pro účely plánování HJ doporučil snížit hodnocení expozice na 55 a odhad potenciálu oslovení nových zákazníků na 1500 pro všechny televizní reklamy nad 10. U rozhlasových reklam: předchozí údaje jsou spolehlivé do maximálně 15 vysílání. Nad 15 odvysíláních reklam, hodnocení expozice stávajících klesá na 20 a počet zasažených nových zákazníků klesá na 1200 na reklamu. Podobně, u novinových inzerátů jsou předchozí údaje spolehlivé do maximálně 20 zveřejnění; expozice stávajících pak klesá na 5 a potenciální počet dosažených nových zákazníků klesá na 800 pro další reklamy.

Vedení společnosti Flamingo stanovilo jako hlavní cíl reklamní kampaně maximalizaci celkového oslovení stávajících klientů napříč všemi médii. Co se týče přilákání nových zákazníků, management rozhodl, že reklamní kampaň musí zasáhnout minimálně 100 000 nových zákazníků. Aby vyvážil reklamní kampaň a využil všech reklamních médií, přijal manažerský tým Flaminga také následující pokyny.

- Musí se odvysílat alespoň dvakrát více rozhlasových reklam než televizních reklam.
- Maximální počet televizních reklam byl stanoven na 20.
- Rozpočet na televizní reklamu by měl být alespoň 140 000 USD.
- Rozpočet na rozhlasovou reklamu je omezen na maximálně 99 000 USD.
- Rozpočet novinové kampaně by měl činit nejméně 30 000 USD.

HJ souhlasil s tím, že bude pracovat s těmito pokyny a poskytne doporučení, jak by mělo být 279 000 dolarů na reklamu rozděleno mezi televizi, rozhlas a noviny. Vypracujte model, který lze použít k optimálnímu rozdělení rozpočtu na reklamu pro Flamingo Grill. Kromě

optimálního řešení zahrňte do zprávy diskusi o následujících bodech.

1. Jak by se změnilo řešení, kdyby se do reklamního rozpočtu přidalo dalších 10 000 USD?
2. Po přezkoumání doporučení HJ se manažerský tým Flaminga zeptal jak by se navržené řešení změnilo v případě, kdyby cílem reklamní kampaně bylo maximalizovat počet potenciálních nových oslovených zákazníků. Navrhněte mediální plán v rámci tohoto cíle.

Téma I: Centrálně řízené zemědělství

Ministerstvo zemědělství rozvojové země rozhodlo, že bude centrálně řídit výsev plodin. Země se skládá ze tří regionů, z nichž každý má jiné množství dostupné zemědělské půdy a vodní kapacitu. Specifika krajů jsou uvedena v tabulce.

Kraj	množství půdy (ha)	kapacita vody (l)
A	800	600000
B	1200	800000
C	600	375000

Ministerstvo zemědělství stanovilo maximální hodnoty pro výsev jednotlivých plodin v každém regionu. Pro každou plodinu umíme stanovit úroveň spotřeby vody a očekávaný výnos na hektar. Informace o plodinách jsou uvedeny v tabulce.

Plodina	maximum (ha)	spotřeba vody (l/ha)	výnos (EUR/ha)
Proso	650	1000	200
Třtina	1200	3000	800
Bavlna	1000	2000	600

Regiony se dohodly, že pro výsadbu využijí stejný podíl dostupné hospodářské půdy. Potřebují určit, kolik hektarů každé z plodin by mělo být zasazeno v každé jednotlivých regionech, aby se maximalizoval celkový výnos země.

1. Navrhněte a запиšte pro úlohu matematický model lineárního programování .
2. Nalezněte optimální řešení.
3. Rozhodněte, která omezení jsou v bodě optima aktivní

Téma J: Výcvik prodavačů

Obchodní dům zažívá vždy ke konci kalendářního roku významný nárůst počtu zákazníků. Aby mohli být zákazníci obslouženi, musí mít obchodní dům u jistit k dispozici dostatek prodejců. Od července každého roku tedy najímají nové prodavače, kteří musí být zaučeni stávajícími pracovníky. Výcvik trvá jeden měsíc a jeden prodejce může každý měsíc zaškolit až 20 nových zaměstnanců (školitelé jsou v průběhu měsíce zodpovědní výhradně za výcvik a nejsou součástí aktivního prodejního týmu).

Zkušenosti ukazují, že jeden z deseti nových zaměstnanců nedokončí výcvik. Očekávané měsíční požadavky na prodejní tým v druhé polovině roku jsou uvedeny v tabulce níže. Od července je k dispozici 150 prodavačů pro prodej nebo výcvik a z personálních záznamů vyplývá, že na konci každého měsíce z různých důvodů odchází 3 procenta pracovní síly. Každému novému zaměstnanci se platí 2000 dolarů měsíčně, zatímco každý prodavač dostává měsíční plat 3000 dolarů s příplatkem 500 dolarů, když jsou přiděleni k výcviku. Politikou obchodního domu je nepropouštět v druhé polovině roku žádné prodavače.

měsíc	potřeba prodavačů
červenec	120
srpen	135
září	150
říjen	150
listopad	170
prosinec	200

1. Určete pro červenec až prosinec plán výcviku, který splňuje požadavky na poptávku pracovníků při nejnižších možných nákladech. Jaký je optimální plán nábory zaměstnanců? Jaká je optimální cena?
2. Jak se změní optimální řešení, povolíte-li částečné úvazky?
3. Pokud by společnost měla na začátku o jednoho prodavače méně (tj. v červenci by bylo k dispozici 149 prodavačů), jak by se změnil minimální náklady? K zodpovězení otázky využijte citlivostní zprávu Řešitele.

Téma K: Startup cashflow

Startupová firma potřebuje peníze na pokrytí svých peněžních toků pro plánovaný čtyřměsíční projekt. Očekávané peněžní příjmy a výdaje na období leden až duben jsou následující.

	leden	únor	březen	duben	celkem
Cash flow (tis. Kč)	-150	-450	500	250	150

Začátkem května budou veškeré získané prostředky vyplaceny investorům. Existují dvě možnosti jak projekt financovat. Jednou z nich je vzít si na začátku ledna dlouhodobou půjčku. Úrok z této půjčky je 1 procento za měsíc, splatný vždy prvního dne po následující tři měsíce, jistina je splatná 1. dubna. Půjčka může dosahovat až 400 000 korun a není povoleno předčasné splacení. Alternativou je krátkodobá půjčka kterou si lze vzít na začátku každého měsíce. Tato půjčka musí být splacena vždy první den následujícího měsíce s úrokem 1,2 procenta. Na tuto krátkodobou půjčku lze v kterémkoli měsíci použít 300 000 Kč. Nadbytečné prostředky mohou být na začátku každého měsíce investovány do peněžního fondu se zhodnocením 0,7 procenta na začátku následujícího měsíce.

Předpokládejme následující načasování peněžních toků: pro období, ve kterých se očekává hotovostní deficit, musí být vždy k prvnímu dni dostatek prostředků na pokrytí cash outflow; pro období, ve kterých se očekává peněžní přebytek, nelze hotovost použít až do konce měsíce, všechny transakce se odehrávají až k prvnímu dni dalšího měsíce.

1. Jaká je maximální částka, kterou lze v květnu vyplatit investorům? Jaká je optimální částka, kterou si má firma půjčit z jednotlivých možných zdrojů? Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.
2. Určete mezní efekt dodatečné tisícikoruny za každý měsíc plánovacího období.

Téma L: ICC Cargo

Jste zodpovědní za nakládku přepravních lodí pro mezinárodní společnost ICC Cargo v hlavním přístavu na západním pobřeží. Byli jste požádáni o přípravu plánu nakládky pro nákladní loď směřující do Afriky. Přední zemědělský a potravinářský koncern by chtěl na palubě lodi přepravit následující komodity:

Komodita	tun	objem na tunu [m^3]	zisk z tuny [EUR]
ječmen	4000	40	70
rýže	3000	25	50
kukuřice	2000	60	60
pšenice	1000	50	80

Můžete se rozhodnout naložit jakoukoli kombinaci dostupných komodit. Nicméně loď má tři nákladové prostory s následujícími omezeními kapacity.

Nákladový prostor	hmotnostní kapacita [t]	objemová kapacita [m^3]
Přední	3000	100000
Střední	5000	150000
Zadní	2000	120000

Do jednoho nákladního prostoru lze umístit více než jeden druh zboží. Nicméně z důvodu vyvážení musí být hmotnost nákladu v zadním nákladovém prostoru do 10 procent celkové přepravní hmotnosti a ve středním nákladovém prostoru musí být mezi 40 a 60 procenty celkové hmotnosti nákladu na palubě.

1. Jaký je maximální zisk a plán nakládky, který ho dosahuje? Jaká je optimální celková hmotnost a optimální celkový objem nákladu, který se má naložit? Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.
2. Předpokládejme, že by se mohl každý z nákladních prostorů zvětšit. Jaká forma rozšíření (hmotnostní nebo objemový limit) a v jaké části lodi by společnosti ICC umožnily nejvyšší zvýšení zisku?

Téma M: Spoření na studium

Manželé Newtonovi mají osmiletého syna Isaaca a plánují pro něj příštích deset let spořit, aby pokryli jeho studijní náklady až Isaac po dosažení 18 let nastoupí na univerzitu. Očekávají, že budou schopni uložit v jednotlivých obdobích vždy na začátku roku následující částky:

rok	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
částka (\$)	2000	2000	2500	2500	3000	3500	3500	4000	4000	5000

Chtějí investovat bezpečně, proto volí pouze z těchto tří možností:

- roční termínovaný vklad s výnosem 7,5% p. a.
- šestiletý vládní dluhopis s důchodovým výnosem 7,9% p. a., jehož současná tržní cena je rovna 98% nominální hodnoty
- devítiletý vládní dluhopis s důchodovým výnosem 8,5% p. a., jehož současná tržní cena je rovna 102% nominální hodnoty

Předpokládejme, že se tyto podmínky nebudou následujících 10 let měnit a že Newtonovi ze zásady zakoupené dluhopisy drží až do splatnosti.

1. Jak mají rozložit investice mezi jednotlivá aktiva, aby byla naspořena částka pro studium po uplynutí 10 období maximální (předpokládejme, že dluhopisy lze nakoupit v libovolném množství)? Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.
2. Jak se optimální řešení změní, uvážíme-li, že nominální hodnota dluhopisů je rovna 100 dolarů a tudíž částka, za kterou je nakoupíme, musí být celočíselným násobkem 98 USD pro šestileté dluhopisy, resp. 102 USD pro devítileté dluhopisy?

Téma N: Rodinné účty

V domácnosti pana Bushe se platí některé účty měsíčně (nájem, kabelovka, telefon, splátky hypotéky, apod.), další čtvrtletně, pololetně nebo ročně (předplatné tisku, spoření, doplatky za vodné a stočné, energie, daně, apod.) V tabulce níže je popsáno letošní rozložení výdajů, podle kterého odhadují Bushovi výdaje pro příští rok.

Měsíc	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen
Výdaje (\$)	800	1200	400	700	600	900
	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad	Prosinec
	1500	1000	900	1100	1300	1600

Na pokrytí výdajů dává rodina z výplaty stranou každý měsíc 1000 dolarů (odhad celkových výdajů vydělený 12). Jestliže budou Bushovi ukládat peníze na spořicí účet na měsíční bázi, zhodnotí se jim každý měsíc při úrokové míře 4 % p. a. Jejich banka jim též nabízí čtvrtletní a půlroční depozitní certifikáty, které jim mohou vynést úrok 5,5 resp. 7 % p.a.

1. Navrhnete roční investiční plán tak, aby byl maximalizován přebytek příjmů na konci roku. Zapište též matematický model.
2. Formulujte podmínky, za kterých má úloha přípustné řešení.

O: Decentralizace firmy

Korporace SmartSolutions sídlící v londýnském City má pět oddělení (A-E). Příští rok plánuje přesunout některá svá oddělení mimo Londýn, vybranými městy pro relokaci jsou Bristol a Brighton. Decentralizace by měla přinést úspory výdajů na pronájem budov a pracovní sílu. Odhad úspor (v tisících liber za rok) při relokaci jednotlivých oddělení do vytipovaných měst udává tabulka.

	A	B	C	D	E
Bristol	10	15	10	20	5
Brighton	10	20	15	15	15

Na druhou stranu komunikace mezi odděleními není plně digitalizovaná, a tudíž stěhováním vzniknou jisté komunikační náklady. Tyto náklady budou přímo úměrné intenzitě komunikace a jejich odhadované vyčíslení je dáno tabulkami níže (tedy například roční náklady na komunikaci mezi odděleními B a D, bude-li jedno v Bristolu a druhé v Brightonu, spočítáme jako $1,2 \times 14 \times 1000$ GBP).

Intenzita komunikace (v tisících jednotek)					
	A	B	C	D	E
A	-	0	1	1,5	0
B	-	-	1,4	1,2	0
C	-	-	-	0	2
D	-	-	-	-	0,7

Náklady na jednotku komunikace (GBP)			
	Bristol	Brighton	Londýn
Bristol	5	14	13
Brighton	-	5	9
Londýn	-	-	10

Kam mají být jednotlivá oddělení relokována, aby čisté úspory decentralizace byly co nejvyšší? Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.

Téma P: Nábor pracovníků

Firma Davis Instruments má dva výrobní závody v Atlantě ve státě Georgia. Poptávka po její produkci se značně liší měsíc od měsíce, což způsobuje firmě nemalé potíže s plánováním pokrytí výroby pracovní silou. Nedávno Davis Instruments začal najímat brigádníky od společnosti WorkForce Unlimited, která se specializuje na poskytování dočasných zaměstnanců pro firmy v širší atlantské oblasti. WorkForce Unlimited nabídla poskytovat dočasné zaměstnance na základě tří typů pracovních dohod, které se liší z hlediska délky zaměstnání a nákladů. Charakteristiky těchto tří typů kontraktů jsou shrnuty v tabulce:

	Délka kontraktu	Náklady na pracovníka
1	měsíční	\$2000
2	dvouměsíční	\$4800
3	tříměsíční	\$7500

Najmutí pracovníka na delší smluvní období je dražší, protože WorkForce Unlimited má potíže najít brigádníky, kteří jsou ochotni přijmout dlouhodobější závazky. Během příštích šesti měsíců Davis Instruments odhaduje následující potřebu brigádníků:

Měsíc	leden	únor	březen	duben	květen	červen
Potřeba pracovníků	10	23	19	26	20	14

Každý měsíc může Davis Instruments najmout libovolný počet zaměstnanců v rámci každého ze tří typů dohod. Například, pokud najmou pět pracovníků v lednu dle smlouvy typu 2, WorkForce Unlimited dodá pět lidí, kteří budou pracovat v lednu a únoru. Za tyto pracovníky bude muset Davis zaplatit $5 \cdot 4800 = 24000$ USD. Kvůli právě probíhajícím jednáním o možné fúzi se Davis nechce zavázat k žádné smluvní povinnosti pro brigádníky přesahující červen.

Firemní program kontroly kvality vyžaduje, aby každý dočasný zaměstnanec absolvoval školení. Školící program je vyžadován, i když osoba pracovala pro Davis Instruments v minulosti. Náklady na školení jsou 875 USD pokaždé, když je zaměstnanec přijat. Pokud je tedy najat na jeden měsíc, vzniknou náklady na školení ve výši 875 USD, stejně jako když je najat na dohodu na dva nebo tři měsíce.

Navrhnete model, který lze použít k určení počtu brigádníků, které by měl Davis Instruments najmout v jednotlivých měsících v rámci jednotlivých dohod tak, aby byly naplněny předpokládané potřeby pracovní síly za minimálních celkových nákladů. Naleznete optimální řešení a dále odpovězte na následující otázky:

1. Pokud by se náklady na školení každého dočasného pracovníka mohly snížit na 700 USD, jaký vliv by tato změna měla na náborový plán? Vysvětlete.
2. Předpokládejme, že Davis Instruments přijmul na začátku ledna 10 zaměstnanců na plný úvazek s cílem uspokojit část pracovních požadavků v průběhu příštích šesti měsíců. Pokud Davis může najmout zaměstnance na plný úvazek za 16,50 USD za hodinu, jaký efekt by to mělo na celkové pracovní a školící náklady na práci během šestiměsíčního období ve srovnání se strategií přijímat pouze dočasné pracovníky? Předpokládejme, že na plný úvazek odpovídá přibližně 160 odpracovaných hodinám měsíčně. Poskytněte doporučení ohledně rozhodnutí přijmout další zaměstnance na plný úvazek.

Téma Q: Plánování textilní výroby

Firma Scottsville Textile Mill vyrábí pět různých druhů látek. Každá látka může být tkaná na jednom nebo více z 38 tkalcovských stavů, kterými firma disponuje. Předpověď obchodního oddělení ohledně poptávky na další měsíc je uvedena v tabulce spolu s údaji o prodejní ceně za metr, variabilních nákladech za metr a kupní ceně za metr. Textilka je v provozu 24 hodin denně a je výroba naplánována na dobu 30 dnů během následujícího měsíce.

Látka	Poptávka (metry)	Prodejní cena (\$/metr)	Variabilní náklady (\$/metr)	Nákupní cena (\$/metry)
1	16 500	0,99	0,66	0,80
2	22 000	0,86	0,55	0,70
3	62 000	1,10	0,49	0,60
4	7 500	1,24	0,51	0,70
5	62 000	0,70	0,50	0,70

Scottsville Textile Mill musí kvůli udržení dobrých dodavatelsko-odběratelských vztahů uspokojit veškerou poptávku. Množství jednotlivých tkanin, které se nestihne utkat ve Scottsville Mill kvůli omezené kapacitě tkalcovských stavů, bude firmou zakoupeno z jiného závodu. Pořizovací cena každé látky je uvedena v tabulce.

Scottsville Textile Mill má dva typy tkalcovských stavů: běžné a dvoulistové. Dvoulistové tkalcovské stavy jsou všestrannější a lze je použít pro výrobu všech pěti druhů látek. Běžné tkalcovské stavy dokážou vyrobit pouze tři tkaniny. Z 38 stavů firmy Scottsville Textile Mill je pouze 8 dvoulistových a zbylých 30 je běžných. Produkce jednotlivých tkanin na každém typu stavu je uvedena v tabulce. Čas potřebný k přechodu z výroby jedné látky na druhou je zanedbatelný a nemusí být uvažován.

Látka	Dvoulistový (metrů/hodinu)	Běžný (metrů/hodinu)
1	4.63	—
2	4.63	—
3	5.23	5.23
4	5.23	5.23
5	4.17	4.17

Navrhnete model, který lze použít k naplánování optimální výroby pro textilní továrnu Scottsville, a zároveň určete, kolik metrů každé látky je nutné zakoupit od dalšího závodu. Vycházejte z předpokladu, že cílem firmy je maximalizace celkového zisku. Zahrňte do zprávy diskusi a analýzu následujících položek:

1. Odhadněte přínos dodatečného tkalcovského stavu (Firma zvažuje koupi devátého tkalcovského stavu s dvěma listy). Jaký je váš odhad navýšení měsíčního zisku?
2. Jak by se změnilo optimální řešení, pokud by cílem firmy místo maximalizace zisku byla minimalizace celkových nákladů?

Téma R: Táborový jídelníček

Hlavní kuchař letního dětského tábora plánuje sestavení denního jídelníčku pro 100 dětí, přičemž k dispozici má 9 druhů základních potravin. Složení potravin z hlediska důležitých výživových komponent a jejich ceny (vše přepočteno na 100g potravin) ukazuje tabulka:

	energ. [kJ]	bílk. [g]	Fe [mg]	vit. A [jed]	vit. C [mg]	chol [mg]	cena [Kč]
vepřové maso	1200	18,4	3,1	20	0	83	12
máslo	3000	0,6	0,2	2500	0	120	11,2
chleba	1160	7,2	0,8	0	0	1	1,5
brambory	300	1,6	0,6	40	10	0	1,2
jablka	240	0	0,5	60	2	0	1,5
eidam	1260	31,2	0,6	1100	0	71	10,6
kuře	650	20,2	1,5	0	0	57	6
jogurt	450	7	0,2	260	0	11	4,5
jahody	150	0	0,8	60	60	0	12

Maloobchod, který tábor zásobuje, může dodat maximálně 40 kg každé potravin. Dle doporučení nutričních odborníků by denní dávka výživy pro děti a dospívající měla obsahovat minimálně 80 g bílkovin, 15mg železa, 6000 jednotek vitamínu A a 200 mg vitamínu C. Pro zajištění celodenního stravování pro 100 dětí máme sestavit optimální skladbu jídelníčku při respektování doporučení nutričních expertů. Navrhněte matematický model a nelezte optimální řešení, jestliže

1. Chceme sestavit jídelníček s co nejnižšími náklady. Určete pomocí stínových cen, které z nutričních omezení má největší vliv na výslednou cenu.
2. Chceme sestavit jídelníček s co nejvyšší energetickou hodnotou, jehož náklady nepřesáhnou 130 Kč na osobu a den. Porovnejte s předchozím řešením.
3. Zjistěte, jaké rozmezí denního limitu pro obsah cholesterolu nebude mít žádný vliv na řešení předchozí části.

Nalezená řešení porovnejte.