

MONOPOL A MONOPOLNÍ CHOVÁNÍ – řešené příklady

Monopol

1. Monopol s nákladovou funkcí $c(y) = 2y^2 + 10$ působí na trhu s poptávkou $y(p) = 20 - 0,5p$.

- (a) Jak velké množství produktu bude monopol prodávat a jaký bude jeho zisk?
(b) Jak velké množství produktu bude monopol prodávat při množstevní dani $t = 8$?

Řešení

(a) Obecný tvar ziskové funkce monopolu je

$$\pi(y) = r(y) - c(y),$$

kde $r(y) = p(y)y$ je příjmová funkce. Dále můžeme postupovat dvěma způsoby.

Řešení 1

Z poptávkové funkce $y(p)$ si vyjádříme inverzní poptávkovou funkci $p(y) = 40 - 2y$ a dosadíme ji do ziskové funkce

$$\pi(y) = (40 - 2y)y - 2y^2 - 10$$

a funkci upravíme do tvaru

$$\pi(y) = -4y^2 + 40y - 10.$$

Monopol si volí takový výstup $y^* \geq 0$, při kterém maximalizuje zisk

$$\max_y \pi(y) = -4y^2 + 40y - 10.$$

Z podmínky prvního řádu vypočítáme výstup odpovídající extrému funkce:

$$\pi'(y^*) = -8y + 40 = 0$$

$$y^* = 5.$$

Protože druhá derivace ziskové funkce je

$$\pi''(y^*) = -8 < 0,$$

firma při výstupu $y^* = 5$ maximalizuje zisk.

Zisk firmy při výstupu $y^* = 5$ je

$$\pi(y^*) = -4y^{*2} + 40y^* - 10 = 90.$$

Řešení 2

Při řešení tohoto příkladu bychom také mohli z obecného tvaru ziskové funkce

$\pi(y) = r(y) - c(y)$ nejdřív odvodit podmínku prvního řádu

$$MR(y^*) = MC(y^*)$$

a podmínku druhého řádu

$$MC'(y^*) > MR'(y^*).$$

Pak vypočítat mezní příjmy a mezní náklady monopolu:

$$MR(y) = r'(y) = (p(y)y)' =$$

$$= (40y - 2y^2)' = 40 - 4y.$$

$$MC(y) = c'(y) = (2y^2 + 10)' = 4y.$$

Dosazením do podmínky prvního řádu pak najít výstup odpovídající extrému ziskové funkce

$$MR(y^*) = MC(y^*)$$

$$40 - 4y^* = 4y^*$$

$$y^* = 5.$$

Dosazením do podmínky druhého řádu pak zjistit, že výstup $y^* = 5$ odpovídá maximu funkce, protože

$$MC'(y^*) = 4 > -4 = MR'(y^*).$$

(b) Tento bod vyřešíme pouze dosazením do ziskové funkce. Když monopol platí množstevní daň ve výši 8, jeho nákladová funkce $c(y) = 2y^2 + 8y + 10$. Zisková funkce pak bude mít tvar

$$\pi(y) = r(y) - c(y)$$

$$\pi(y) = (40 - 2y)y - 2y^2 - 8y - 10$$

$$\pi(y) = -4y^2 + 32y - 10.$$

Z podmínky prvního řádu vypočítáme výstup odpovídající extrému této funkce:

$$\pi'(y^*) = -8y^* + 32 = 0$$

$$y^* = 4.$$

Protože druhá derivace ziskové funkce

$$\pi''(y^*) = -8 < 0,$$

firma při výstupu $y^* = 4$ maximalizuje zisk.

Zisk monopolu se rovná

$$\pi(y^*) = -4y^{*2} + 32y^* - 10 = 54.$$

Monopolní chování

2. Monopol prodává svůj produkt na dvou trzích. Inverzní poptávka na trhu 1 je $p_1(y_1) = 200 - y_1$ a inverzní poptávka na trhu 2 je $p_2(y_2) = 250 - y_2$. Monopol má nákladovou funkci $c(y_1 + y_2) = (y_1 + y_2)^2$. Jaké budou optimální ceny a množství na obou trzích? Jaký bude zisk monopolu? Nakreslete situaci této firmy do grafu.

Řešení

Obecný tvar ziskové funkce monopolu s dvěma oddělenými trhy je

$$\pi(y_1, y_2) = r_1(y_1) + r_2(y_2) - c(y_1 + y_2),$$

kde $r_1(y_1) = p_1(y_1)y_1$ a $r_2(y_2) = p_2(y_2)y_2$ jsou příjmy monopolu na trzích 1 a 2. Dále můžeme postupovat dvěma způsoby.

Řešení 1

Dosazením do obecného tvaru ziskové funkce získáme ziskovou funkci

$$\pi(y_1, y_2) = 200y_1 - y_1^2 + 250y_2 - y_2^2 - (y_1 + y_2)^2.$$

Monopol bude dodávat na trh 1 a 2 takové výstupy y_1^* a y_2^* , pro které je jeho zisková funkce maximální. Podmínky prvního řádu jsou

$$\frac{\partial \pi(y_1, y_2)}{\partial y_1} = 200 - 2y_1^* - 2(y_1^* + y_2^*) = 0,$$

$$\frac{\partial \pi(y_1, y_2)}{\partial y_2} = 250 - 2y_2^* - 2(y_1^* + y_2^*) = 0.$$

Řešením těchto dvou rovnic o dvou neznámých dostaneme optimální množství dodávané na oba trhy

$$y_1^* = 25,$$

$$y_2^* = 50.$$

Dosazením do funkcí poptávek na obou trzích spočítáme ceny

$$p_1^* = 200 - y_1^* = 175,$$

$$p_2^* = 250 - y_2^* = 200.$$

Zisk monopolu bude

$$\begin{aligned} \pi &= p_1^*y_1^* + p_2^*y_2^* - (y_1^* + y_2^*)^2 = \\ &= 175 \times 25 + 50 \times 200 - 75^2 = 8750. \end{aligned}$$

Řešení 2

Z obecného tvaru ziskové funkce můžeme odvodit podmínky prvního řádu ve tvaru

$$MR_1(y_1^*) = MC(y_1^* + y_2^*)$$

$$MR_2(y_2^*) = MC(y_1^* + y_2^*).$$

kde

$$MR_1(y_1) = r_1'(y_1) = 200 - 2y_1$$

$$MR_2(y_2) = r_2'(y_2) = 250 - 2y_2$$

$$MC(y_1 + y_2) = c'(y_1 + y_2) = 2(y_1 + y_2)$$

jsou mezní příjmy na trhu 1 a 2 a mezní náklady monopolu. Dosazením konkrétních tvarů funkcí mezních příjmů a nákladů do podmínek prvního řádu získáme dvě rovnice o dvou neznámých, jejichž řešením pak budou stejné optimální výstupy na obou trzích y_1^* a y_2^* jako v Řešení 1.

Graf dole znázorňuje poptávky na trhu 1 a 2 D_1 a D_2 , mezní příjmy na trzích 1 a 2 MR_1 a MR_2 a mezní náklady monopolu MC . Všimněte si, že se mezní příjmy MR_1 při optimálním množství $y_1^* = 25$ a mezní příjmy MR_2 při množství $y_2^* = 50$ rovnají mezním nákladům MC při celkovém vyráběném množství $y_1^* + y_2^* = 75$.

