Výsledky cvičení

1. VÝPOČET DETERMINANTU

1. (a) 19, (b) 36
2. (a) sudá, (b) lichá, (c) lichá, (d) lichá
3. (a) $x = 8$, $y = 3$, (b) $x = 2$, $y = 7$
4. (a) $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$, (b) $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$, (c) $(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$, (d) $(-1)^{\frac{n(3n-1)}{2}}$, (e) $(-1)^n$
5. (a) ano, (b) ne
6. $+a_{12}a_{34}a_{21}a_{43}$, $-a_{12}a_{34}a_{23}a_{41}$
7. $\det A = -11$, $\det B = 90$, $\det C = -4$, $\det D = -100$, $\det E = 5$, $\det F = -2 + 2i$
8. $\det A = -195$, $\det B = 18$, $\det C = -28$, $\det D = 30$, $\det E = 39$, $\det F = 6$, $\det G = -\frac{1}{6}$, $\det H = -2$, $\det I = 301$, $\det J = -153$, $\det K = 1932$, $\det L = -336$, $\det M = -7497$, $\det N = 10$, $\det O = 60$, $\det P = -21$, $\det Q = 78$, $\det R = 800$
9. $\det A = -105$, $\det B = -18$
10. $\det A = [a+(n-1)x](a-x)^{n-1}$, nejprve k prvnímu sloupci přičteme všechny ostatní, a pak od všech řádků odečteme první
    $\det B = x^n + (-1)^{n+1}y^n$, uděláme rozvoj podle prvního sloupce
    $\det C = a_1a_2\dots a_n(a_0 - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} - \dots - \frac{1}{a_n})$, k prvnímu řádku přičteme $-\frac{1}{a_1}$ krát druhý řádek, $-\frac{1}{a_2}$ krát třetí řádek, atd.
    $\det D = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$, uděláme rozvoj podle prvního sloupce
    $\det E = a_0x_1x_2\dots x_n + a_1y_1x_2\dots x_n + a_2y_1y_2\dots x_n + \dots + a_ny_1y_2\dots y_n$, uděláme rozvoj podle prvního řádku
11. $\det A = -(a_2 + a_3 + \dots + a_n)$, od prvního řádku odečteme všechny ostatní
    $\det B = a!$, ke všem řádkům přičteme první
    $\det C = (2n+1)(-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)}$, nejprve od všech řádků odečteme poslední řádek, a pak k prvnímu sloupci přičteme všechny ostatní sloupce
    $\det D = 0$, k prvnímu řádku přičteme všechny řádky
    $\det E = (-1)^{n-1}\, n!$, od všech řádků odečteme poslední řádek
    $\det F = x_1\,(x_2 - a_{12})\,(x_3 - a_{23})\,\dots\,(x_n - a_{n-1,n})$, začneme od posledního řádku a od každého řádku odečteme předchozí
    $\det G = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} b_1b_2\dots b_n$, od všech sloupců odečteme poslední sloupec

$\det H = (-1)^{n(n-1)}\, 2n$, začneme od posledního sloupce a od všech sloupců odečteme předchozí
$\det I = b_1 \dots b_n$, od všech řádků odečteme první

12. $\det A = 2 \det A_{n-1}$, pro $n \geq 2$, uděláme rozvoj podle posledního sloupce
$\det B = 3 \det A_{n-1} - 2 \det An - 2$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u druhé matice podle prvního sloupce
$\det C = 3 \det A_{n-1} - 2 \det An - 2$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle posledního řádku, pak u druhé matice podle posledního sloupce
$\det D = 5 \det A_{n-1} - 6 \det A_{n-2}$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle posledního řádku, pak u druhé matice podle posledního sloupce
$\det E = 7 \det A_{n-1} - 10 \det A_{n-2}$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u druhé matice podle prvního sloupce
$\det F = (x+1) \det A_{n-1} - x \det A_{n-2}$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u druhé matice podle prvního sloupce
$\det G = (x^2 - y^2) \det A_{2(n-1)}$, pro $n \geq 2$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u první matice podle posledního sloupce a u druhé matice podle prvního sloupce
$\det H = \det A_{n-1} - \det A_{n-2}$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u druhé matice podle prvního sloupce

13. (a) 1, (b) $\frac{\pi}{2}(1+2k)$, $\frac{\pi}{3}(2+6k)$, $\frac{\pi}{3}(4+6k)$

14. $\det A = -144$, po vytknutí ze druhého řádku matice dostáváme determinat $V(-1,1,2,-2)$
$\det B = 2880$, transponováním matice dostáváme determinant $V(2,1,-2,3,-1)$
$\det C = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$, matici transponejeme a od každého sloupce, počínaje druhým sloupcem, postupně odečteme vždy předchozí sloupec

15. $\det A = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$

16. $$P_n(x) = \det \begin{pmatrix} x & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & x & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n \end{pmatrix}$$

2. BILINEÁRNÍ A KVADRATICKÉ FORMY

1. $$A_f = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad h(A) = 4$$