Jméno	e-mail	1.příklad	2.příklad	celkem
....	....			
	Opravil:			

1. zápočtová písemka z lineární algebry – 21.3.2006
Skupina A

Bodování: 1. př. za odpovědi na každou část 2 body (z toho jeden bod za správné zdůvodnění) - tj. maximum je 6 bodů.
2. př. postup 2 body, správný výsledek 2 body, tj. maximum jsou 4 body.

1. Rozhodněte, zda množina A reálných polynomů stupně nejvýše 2 spolu se standardními operacemi tvoří vektorový prostor nad $\mathbb{R}$. Své tvrzení zdůvodněte. (Nemusíte dokazovat, že $\mathbb{R}_2[x]$ je vektorový prostor.)

   a) $A = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(1) = 0\}$,

   b) $A = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(0) = 1\}$,

   c) $A = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(x) = p(-x)\}$.

2. Řešte soustavu rovnic v $\mathbb{C}$.

$$\begin{array}{lll} (2+i)x & -3y & = 3+5i \\ ix & +(1-i)y & = -1-i. \end{array}$$

1. zápočtová písemka z lineární algebry – 21.3.2006
Skupina A - Vzorové řešení

1. Rozhodněte, zda množina A reálných polynomů stupně nejvýše 2 spolu se standardními operacemi tvoří vektorový prostor nad $\mathbb{R}$. Své tvrzení zdůvodněte. (Nemusíte dokazovat, že $\mathbb{R}_2[x]$ je vektorový prostor.)

   a) $A = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(1) = 0\}$ je vektorový podprostor, protože lineární kombinace dvou polynomů $p, q \in A$ je polynom $ap+bq \in A$ ($(ap+bq)(1) = ap(1) + bq(1) = 0$).

   b) $A = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(0) = 1\}$ není vektorový prostor, protože neobsahuje nulový vektor, který nutně musí být nulový polynom.

   c) $A = \{p \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(x) = p(-x)\}$ je vektorový podprostor, protože lineární kombinace dvou polynomů $p, q \in A$ je polynom $ap + bq \in A$ ($(ap + bq)(x) = ap(x) + bq(x) = ap(-x) + bq(-x) = (ap + bq)(-x)$).

2. Řešte soustavu rovnic v $\mathbb{C}$.

$$\begin{array}{lll} (2+i)x & -3y & = 3+5i \\ ix & +(1-i)y & = -1-i. \end{array}$$

Zkouška:

$$\begin{array}{l} (2+i)(1-i) - 3(-2i) = 2 + i - 2i + 1 + 6i = 3 + 5i \\ i(1-i) + (1-i)(-2i) = i + 1 - 2i - 2 = -1 - i. \end{array}$$

Jméno	e-mail	1.příklad	2.příklad	celkem
....	....			
	Opravil:			

1. zápočtová písemka z lineární algebry – 21.3.2006
Skupina B

Bodování: 1. př. za odpovědi na každou část 2 body (z toho jeden bod za správné zdůvodnění) - tj. maximum je 6 bodů.
2. př. postup 2 body, správný výsledek 2 body, tj. maximum jsou 4 body.

1. Rozhodněte, zda množina A reálných matic typu 2×2 spolu se standardními operacemi vektorový prostor tvoří nad $\mathbb{R}$. Své tvrzení zdůvodněte. (Nemusíte dokazovat, že $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ je vektorový prostor.)

   a) $A = \{M \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid M^T = M\}$,

   b) $A = \{M \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid M^T = -M\}$,

   c) $A = \{M \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid M^2 = I\}$.

2. Řešte soustavu rovnic v $\mathbb{C}$.

$$\begin{array}{lll} (1-i)x & +2y & = 1+5i \\ -ix & -(4+i)y & = -7-3i. \end{array}$$

1. zápočtová písemka z lineární algebry – 21.3.2006
Skupina B - Vzorové řešení

1. Rozhodněte, zda množina A reálných matic typu 2×2 spolu se standardními operacemi vektorový prostor tvoří nad $\mathbb{R}$. Své tvrzení zdůvodněte. (Nemusíte dokazovat, že $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ je vektorový prostor.)

   a) $A = \{M \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid M^T = M\}$, je vektorový podprostor, protože lineární kombinace dvou matic $M, N \in A$ je matice $aM + bN \in A$ ($(aM + bN)^T = aM^T + bN^T = aM + bN$).

   b) $A = \{M \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid M^T = -M\}$ je vektorový podprostor, protože lineární kombinace dvou matic $M, N \in A$ je matice $aM + bN \in A$ ($(aM + bN)^T = aM^T + bN^T = -aM - bN = -(aM + bN)$).

   c) $A = \{M \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid M^2 = I\}$ není vektorový prostor, protože neobsahuje nulový vektor, který nutně musí být nulová matice $0 = 0^2 \neq I$.

2. Řešte soustavu rovnic v $\mathbb{C}$.

$$\begin{array}{lll} (1-i)x & +2y & = 1+5i \\ -ix & -(4+i)y & = -7-3i. \end{array}$$

   Zkouška:

$$\begin{aligned} &(1-i)(-3) + 2(2+i) = -3 + 3i + 4 + 2i = 1 + 5i \\ &-i(-3) - (4+i)(2+i) = 3i - 8 - 4i - 2i + 1 = -7 - 3i. \end{aligned}$$