Demonstrované cvičení k přednášce Matematika I

7.3.2006

Příklad 1. *Ročně zahyne na silnicích v ČR přibližně 1200 lidí. Určete pravděpodobnost, že někdo ze studentů, kteří mají zapsán předmět Matematika I (nyní 215), zemře v následujících deseti letech při dopravní nehodě. Předpokládejte, že počet obyvatel ČR je konstantní a to* 10^7 *obyvatel a že každý má v jednom roce stejnou „šanci" stát se účastníkem smrtelné dopravní nehody a to* $1200/10^7$.

Řešení.

$$1 - (1 - \frac{12}{10^5})^{2150} \doteq 0,23.$$

□

Příklad 2. *Ze skupiny osmi mužů a čtyř žen náhodně vybereme skupinu pěti lidí. Jaká je pravděpodobnost, že v ní budou alespoň tři ženy?*

Řešení.

$$\frac{8 + \binom{4}{3}\binom{8}{2}}{\binom{12}{5}}.$$

□

Příklad 3. *Z klobouku, ve kterém je pět bílých, pět červených a šest černých koulí, náhodně vytahujeme koule (bez vracení). Jaká je pravděpodobnost, že pátá vytažená koule bude černá?*

Řešení. $\frac{3}{8}$. □

Příklad 4. *Kolika způsoby lze rozestavit n věží na šachovnici $n \times n$ tak, aby bylo každé neobsazené pole ohrožováno některou z věží?*

Řešení. Daná rozestavení jsou sjednocením dvou množin: množiny rozestavení, kdy je alespoň v jednom řádku jedna věž (tedy v každém řádku právě jedna) a množiny rozestavení, kdy je v každém sloupci alespoň (tedy právě) jedna věž. Podle principu inkluze a exkluze je počet hledaných rozestavení:

$$2n^n - n!$$

□

Příklad 5. *Z bodu* $[-2, 0]$ *vyrazila v pravé poledne konstantní rychlostí* $1s^{-1}$ *ve směru* $(3, 2)$ *úsečka délky* 2. *Rovněž v poledne vyrazila z bodu* $[5, -2]$ *druhá úsečka délky* 1 *ve směru* $(-1, 1)$, *ovšem dvojnásobnou rychlostí. Srazí se?*

Příklad 6. *Určete viditelnost stran pravidelného šestiúhelníka s jedním vrcholem v bodě* $[5, 5]$ *a středem v bodě* $[4, 5]$*, při pohledu z bodu* $[2, 1]$.

Příklad *Určete, zda bod* $[5, 6]$ *leží v pásu roviny omezeném rovnoběžkami* p : $[-100, 54] + s(-3, 4)$ *a* $q : [77, -45] + t(-3, 4)$.

Příklad 7. *Na jisté internetové stránce probíhá hlasování o nejlepšího hokejistu světa uplynulého desetiletí. Počet hlasů pro jednotlivé hráče je uváděn v procentech a to zaokrouhleně na celá procenta. Poté, co odevzdal svému favoritovi hlas i Mirek, se na procentuálním zisku* 13% *hlasů pro Jaromíra Jágra nic nezměnilo. Kolik mininálně lidí (včetně Mirka) se volby účastnilo?*