

**Sada domácích úloh k přednášce Matematika II**  
k odevzdání v týdnu 15. – 19. května 2006

**Příklad 1.** Udejte příklad posloupnosti spojitých funkcí na uzavřeném intervalu, která bodově konverguje ke spojitě funkci na tomto intervalu a přitom tato konvergence není stejnoměrná.

**Příklad 2.** Určete následující limitu (postup výpočtu zdůvodněte)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{x}{n}\right)}{\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n} dx.$$

**Příklad 3.** Uvažujme reálný vektorový prostor funkcí na intervalu  $[1, 2]$  generovaný funkcemi  $\frac{1}{x}$ ,  $\frac{1}{x^2}$ ,  $\frac{1}{x^3}$ . Doplňte funkci  $\frac{1}{x}$  na ortogonální bázi tohoto prostoru (ve skalárním součinu uvažovaném na přednášce).

**Příklad 4.** Určete projekce funkcí  $\frac{1}{x^4}$  a  $x$  na vektorový prostor z příkladu 3. Určete vzdálenosti těchto funkcí od tohoto vektorového prostoru (opět v normě indukované skalárním součinem z přednášky).