

Příklady na cvičení k přednášce Matematika II

k odevzdání v týdnu 6. – 10. března 2006

Příklad 1. Spočítejte následující limity posloupností (pomocí pravidel uvedených na přednášce a demonstrováných cvičeních):

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n + 1},$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{3n^2 + n + 1},$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 1}{2n^2 + 3n + 1},$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4n^2 + n} - 4n^2.$

Příklad 2. Dokažte:

1. Pro libovolné $n, k \in \mathbb{N}$, $n \leq k$ platí:

$$n! \geq \frac{k!}{k^k} k^n.$$

2. S využitím toho, že pro libovolné $c > 0$ platí $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{c} = 1$ dokažte, že

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!} = \infty.$$

Příklad 3. Z definice derivace ukažte, že pro derivaci polynomu platí

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = n a_n x^{n-1} + (n-1) a_{n-1} x^{n-2} + \dots + a_1.$$

Příklad 4. Zderivujte následující funkce. Výsledek napište v co nejjednodušším tvaru.

1. $\frac{x^2 - x}{x^3 - 1},$

2. $\frac{x^3 - 7x^2 + 17x - 10}{x^2 - 3x + 2}.$