

## Sada domácích úloh k přednášce Matematika II

k odevzdání v týdnu 10. – 14. dubna 2006

**Příklad 1.** Do rovnostranného trojúhelníka o straně  $a$  je vepsán pravouhelník (jedna jeho strana leží na straně trojúhelníka, zbylé dva vrcholy leží na zbylých stranách trojúhelníka). Jaký může mít maximálně obsah?

**Příklad 2.** V devět hodin ráno vylezl vlk z nory  $N$  a v rámci ranní rozcvičky začal běhat po kružnici o poloměru  $1\text{ km}$ , kolem svého oblíbeného pařezu  $P$  a to rovnoměrnou rychlostí  $4\pi\text{ km/h}$ . Ve stejnou dobu vyrazila Karkulka z domu  $D$  k babičce sídlící v chaloupce  $C$  rychlostí  $4\text{ km/h}$  (po přímce). Kdy si budou nejbliž a jaká tato vzdálenost bude? Souřadnice (v kilometrech):  $N = [1, 2]$ ,  $P = [2, 2]$ ,  $D = [0, 0]$ ,  $C = [4, 4]$ .

**Příklad 3.** Dokažte (za použití vět z přednášky), nebo vyvraťte (protipříkladem):

1. Není-li funkce Riemannovsky integrovatelná na nějakém uzavřeném intervalu, pak tam nemá ani derivaci.
2. Nemá-li funkce derivaci v nějakém bodu jistého uzavřeného intervalu, pak na něm není Riemannovsky integrovatelná.
3. Má-li funkce derivaci v nekonečně mnoha bodech nějakého uzavřeného intervalu, pak je na něm Riemannovsky integrovatelná.

**Příklad 4.** Určete obsah rovinného útvaru omezeného grafy funkcí  $f(x) = x$  a  $g(x) = x^2$ .