

Logická analýza přirozeného jazyka II.

Doporučená (doplňková) literatura

B. Bolzano: *Vědosloví. (Výbor)* Academia, Praha 1981, §§ o představách o sobě

E. Margolis and St. Laurence, eds.: *Concepts. Core Readings.* MIT 1999

P. Materna: Svět pojmů a logika.

P. Tichý: „Smysl a procedura“. *Filosofický časopis* 16, 1968, 222-232

Aleš Horák: The Normal Translation Algorithm in Transparent Intensional Logic for Czech. PhD Thesis, Brno 2001

1. Pojem v dějinách logiky

Výraz 'pojem' je používán tak často a v tak různých kontextech, že v běžném životě ztrácí určitost. Přitom cítíme potřebu užít tento výraz právě v těch kontextech, které chápeme tradičně jako exaktní, např. právě v informatice, při navrhování konceptuálních schémat, při analýze přirozeného jazyka, při aplikacích na psychologii (učení pojmům) apod.

Abychom realizovali určité upřesnění (*explikaci*) výrazu 'pojem', tak aby to nebyl prázdný výraz, nýbrž aby označoval určitou užitečnou kategorii, zastavíme se krátce u některých historických milníků, které můžeme pokládat za významné pro naši cestu k takové explikaci.

a) Klasická řecká filozofie.

Zde jsou klíčové dvě postavy. **Platón** a **Aristotelés** (4. stol. Př. Kr.).

Platón vypracoval teorii *idejí*. Odhlédneme-li od krásného, ale metaforického příběhu lidí, kteří jsou nuceni sedět v jeskyni a pokládat za skutečnost to, co jsou jen stíny vrhané idejemi ze zvláštní 'říše idejí', můžeme snadno formulovat racionální a dodnes živé jádro platonismu: Jde o problém povahy *abstraktních* – v té době i ve středověké logice převážně *obecných* objektů (*obecniny, universalia*). Máme na jedné straně konkrétní, časoprostorově lokalizovatelné předměty (stromy, zvířata, domy apod.), na druhé straně obecné, nijak nelokalizovatelné charakteristiky: *být stromem* ('stromovitost'), *být zvířetem, domem* apod. Tyto abstraktní obecniny jsou Platónovy *ideje*. Nejde tedy o žádnou mystiku, nýbrž o zcela určitý, dobře definovaný problém: Jaká je povaha idejí?

V dějinách problému, které lze sledovat od Platóna přes Aristotela a středověk až do současnosti (viz např. různá pojetí sémantiky) můžeme rozlišit tři vyhraněná stanoviska:

Platón, platonici: *Ideje jsou odděleny od konkrétních věcí*, které jsou pouze jejich instancemi ('odleskem' u Platóna). Prakticky to znamená, že můžeme studovat ideje v jejich odloučenosti od věcí, které je ztělesňují. (Např. matematické funkce lze legitimně studovat bez ohledu na jejich aplikaci při analýze fyzických vlastností a vztahů.) V tomto smyslu jsou *ideje před věcmi (ante res)*.

Aristoteles: *Ideje jsou formy věcí*, jejich abstrakce neznámá 'samostatnou existencí'. Není zvlášť idea stromu a konkrétní strom: konkrétní strom je právě jednotou amorfní látky a ideje stromu. V tomto smyslu jsou *ideje ve věcech (in rebus)*.

Jak Platón, tak Aristoteles uznávají *objektivní charakter idejí*: nejsou to naše výmysly, jsou zde, i když o nich nevíme. Naproti tomu extrémní nominalismus popírá objektivnost idejí:

‘Nominalisté’: Objektivně existují pouze jednotliviny. Ideje jsou naše prostředky pojmenování věcí. Nebýt našeho pojmenování obecniny, ideje by nebyly. V tomto smyslu *ideje jsou až po věcech (post res)*.

Budeme-li Platónovy ideje pokládat za předchůdce pojmů, pak nominalistické stanovisko můžeme najít u těch myslitelů, kteří popírají objektivní charakter pojmů a ztotožňují je např. s představami, s mentálními objekty.

Konstatujeme tedy, že zdroj nazvaný zde *klasická řecká filozofie* položil základy trvalého rozdělení teorií pojmů do dvou skupin. Jackendoff (viz Margolis & Laurence) toto výsledné rozdělení charakterizuje takto:

„(pojem) je na jedné straně něco ve světě: ‘Newtonský pojem masy’ je něco, o čem mluvíme, jako když to existuje nezávisle na tom, kdo jej opravdu zná či chápe. Právě tak ‘ chápat pojem’ vyvolává srovnání s uchopením fyzického předmětu s tím, že to děláme nějak naší myslí místo naší rukou. Na druhé straně mluvíme o pojmu jako o entitě v naší hlavě, o soukromé entitě, produktu naší představivosti, který můžeme sdělit ostatním pouze prostřednictvím jazyka, gest, kresby nebo nějakých jiných nedokonalých prostředků komunikace.“

Nazveme-li s Jackendoffem objektivně chápané pojmy ‘E-pojmy’ a psychologicky chápané pojmy ‘I-pojmy’, pak současná situace je taková, že ‘kognitivní vědy’ (jmenovitě psychologie) chápou pojmy jako mentální entity, a tedy jako I-pojmy, naproti tomu chceme-li chápat pojmy jako logickou či logicky zajímavou kategorii, musíme je chápat jako E-pojmy.

b) Bolzano a tradiční aristotelská logika

Hlavní proud evropské filozofie ve středověku byl pod rozhodujícím vlivem Aristotelovy filozofie, v logice jeho vliv trval dlouho poté, co v ostatních oblastech podstatně zeslábl. Zjednodušená podoba aristotelské logiky se stala páteří učebnic logiky: tuto ‘učebnicovou’ logiku nazýváme *tradiční logikou*. Zjednodušená aristotelská teorie pojmu v tradiční logice byla založena na Aristotelově pojetí pojmu, podle něhož pojem má odhalit *esenci* (podstatu) objektu. Klasická definice má podle toho následující strukturu: tzv. *definiendum* označuje určitý objekt, kdežto *definiens*, což je složený výraz, označuje jeho esenci. Zdá se, že Aristotelés chápal pojem právě jako *Definiens*.

Na druhé straně Aristotelés zřejmě chápal pojem spíše jako I-pojem: ten je konec konců vázán na lidskou mysl. U Aristotela to nevedlo k jakékoli formě subjektivismu, ale např. v tradičních učebnicích logiky vedl mentální charakter pojmů k empirické charakteristice pojmu, která znemožňovala pochopení objektivní nutnosti spojené s pojmovou analýzou.

Aristotelská (i ‘tradiční’) teorie pojmů je podkladem tzv. *klasické teorie*, podle které pojem má definiční strukturu a všechny pojmy lze konec konců zredukovat na jednoduché pojmy, nejčastěji chápané jako podložené smyslovým vnímáním. Pojmy mají *rozsah*, tj. určují, které objekty pod ně spadají („referenční vlastnosti“), a *obsah*, tj. soubor *znaků* (Merkmale), které pojmově odpovídají jednotlivým vlastnostem objektu.

Příklad: Pojem SAVEC má rozsah: třídu všech savců. (Bylo i jiné pojetí rozsahu, kde prvky rozsahu byly jednotlivé podtřídy – předpokládá to určitou klasifikaci.) Obsah je dán příslušnou definicí („rodem a nejbližším druhovým rozdílem“). Za znaky lze pokládat pojmy OBRATLOVEC a RODIT ŽIVÁ MLÁĎATA.

Už v 19. stol. začala logika používat matematických nástrojů a v této souvislosti se musela odtrhnout od úzké vazby na psychologii: moderní logika, ať už matematická, nebo

filozofická, nemá empirický charakter a její tvrzení mají tedy *apriorní* povahu. Dochází k procesu, v němž se logika zbavuje rysů *psychologismu*. V 1. polovině 19. stol. hraje v tomto procesu velkou roli *Bernard Bolzano* (1781-1848).

Bolzanova teorie pojmu je součástí velkého díla *Wissenschaftslehre* (Sulzbach 1837). Bolzano osvobodil logiku a teorii pojmu od psychologismu a stal se jedním z největších předchůdců moderní logiky. Stručně můžeme Bolzanovu depsychologizaci pojmu popsat takto: Logická analýza vět jakožto reálných (existujících v prostoru a čase) objektů vede k abstrakci od konkrétních událostí jako je *vyslovení věty, napsání věty, myšlení věty*. Výsledkem této abstrakce je *věta o sobě, Satz an sich*. Podobně jako je reálná věta obecně strukturovaná, je i věta o sobě strukturovaná. Ty složky věty o sobě, které samy nejsou zase věty o sobě, nazývá Bolzano *představy o sobě (Vorstellungen an sich)* a jeden (nejdůležitější) druh představ o sobě je *pojmem (Begriff)*. Zatímco reálné (psychologické) představy existují, představy o sobě včetně pojmů v tomto smyslu neexistují, ale jsou objektivní („nejsou to jen slova“)¹. Složené pojmy se neskládají pouze z tradičních znaků, obsah pojmu tvoří všechny pojmy, z nichž je složen (tj. nejen konjunktivně, takže znaky obecně neodpovídají vlastnostem. Pojem není množina znaků, je to způsob, jak jsou prvky obsahu vzájemně spojeny (strukturovanost!).

Příklad: Pro Bolzana UČENÝ SYN NEUČENÉHO OTCE má stejný obsah jako NEUČENÝ SYN UČENÉHO OTCE.

Jiný příklad: {–, 1, 2} je stejný obsah pro pojem 1 jako pro pojem -1.

Proti tradiční teorii Bolzano a teorie zná i *prázdné pojmy* (a rozlišuje empirický a analytický případ (KULATÝ ČTVEREC proti ZLATÁ HORA)) a *jedinečné pojmy*.

Nepřízeň doby nechala Bolzanovo dílo zapadnout jako nedocenené. Jeho genialita byla objevena až daleko později.

c) Frege, Church

Gottlob Frege (1848-1921) je zakladatel moderní logiky. O jeho sémantickém schématu viz LAPJ I. Rovněž Frege depsychologizuje logiku. V jeho sémantice je podstatné rozlišení *předmětu a pojmu*. Předměty jsou jednotliviny, pojmy jsou obecniny: Ve větě *Brno je velkoměsto* reprezentuje *Brno* předmět a část – *je velkoměsto* reprezentuje pojem. Ontologicky vzato *Brno* je individuum, pojem je *funkce* definovaná na individuích, jejíž hodnoty jsou Pravda a Nepravda. (Tedy pojem je charakteristická funkce třídy.) Je pozoruhodné, že Fregeův pojem je v jeho schématu na pozici denotátu, nikoli smyslu. Již z toho je patrná neintuitivnost tohoto pojetí: Pro Bolzana ROVNOSTRANNÝ TROJÚHELNÍK a ROVNOUHLÝ TROJÚHELNÍK jsou dva různé pojmy téhož objektu, pro Frege by šlo o jeden a též pojem. Další kritiku lze uplatnit v těchto bodech:

- i) Fregeovy pojmy jsou výhradně obecné.
- ii) Jsou to výhradně extenze: empirické pojmy jsou třídy, nikoli vlastnosti.

Fregeův následovník, americký matematik a logik *Alonzo Church*, pochopil neintuitivnost Fregeovy explikace v tom, že pojem je umístěn do oblasti denotátu, a malou obecnost této explikace. Jeho pojetí chápe pojem jako Fregeův *mysl*, tj. „způsob danosti denotátu“, a oproti Fregeovi, pro něhož byly s pojmem spojeny jen výrazy typu predikátu, i Bolzanovi, pro něhož věty nebyly spojeny s pojmy, pokládá pojem za *mysl* jakéhokoli (smysluplného výrazu). *Mysl* výrazu je pro Churche pojem jeho denotátu. (Všimněme si: *The sense ... a concept.*)

¹ Bolzano rozebírá rozdíl mezi (reálnou) představou a pojmem. Např. představy jsou vázány svou existencí na subjekt, který je má, kdežto pojem je na subjektu nezávislý. Představa existuje vždy jen tehdy, když ji někdo má. Pojem není vázán na místo a čas.

d) Bealer

George Bealer je představitel současné filosofické logiky. Jako takový je prost přežitků psychologismu a chápe pojem jako objektivní entitu. R.1982 v *Quality and Concept* rozlišil dva druhy „intenzí“: A. *Vlastnosti, vztahy, podmínky* – ty odpovídají tomu, co v intenzionálních logikách jsou intenze. (Jako u Bolzana) dva logicky ekvivalentní výrazy se vztahují k téže vlastnosti, resp. k témuž vztahu či k téže podmínce (ta odpovídá naší propozici). B. *Pojmy a myšlenky* (nikoli v psychologickém smyslu) – ty jsou citlivé na strukturu, takže např. různá zadání (různé definice) téže vlastnosti jsou různé pojmy.

Jistou souhrnnou informací o logických teoriích pojmů lze najít na adrese <http://plato.stanford.edu/contents.html>

2. Pojem jako procedura. Pojem jako uzavřená konstrukce. Quasi-identita, normalizace

Pro logickou analýzu je relevantní pouze takové pojetí, podle něhož pojem je nikoli mentální, nýbrž objektivní entita. Jde tedy o E-pojem.² V rámci E-pojmů můžeme rozeznávat dvě koncepce:

- A. Množinová koncepce
- B. Procedurální koncepce

Prakticky se rozdíl těchto koncepcí projeví v tom, že pro důsledně množinovou koncepci je nemožné objasnit přirozenou intuici, podle které můžeme mít více pojmů pro stejný objekt. Typickou klasickou koncepcí sub A. je Fregova teorie (viz 1.).

Ve stati Tichého „Smysl a procedura“ jsou pojmy chápány jako abstraktní procedury, které zajišťují korespondenci mezi výrazem a jeho denotátem. V daném kontextu pak Tichý chápe pojmy jako třídy takových procedur, které jsou intenzionálně ekvivalentní; my zůstaneme u pojetí pojmů jako abstraktních procedur (tedy koncepce B.).

Vycházíme z toho, že pojmy jsou definovatelné jako procedury nezávislé na subjektu, nezávislé na jazykovém výrazu, s nímž může být spojen (viz 3.). Hlavním kandidátem na E-pojem bude tedy zřejmě *konstrukce* ve smyslu definic z kurzu *Logická analýza přirozeného jazyka I*. Abychom však respektovali intuici spojenou s užíváním termínu *pojem*, musíme tuto kandidaturu prověřit.

Porovnejme následující výrazy:

- a) sourozenec
- b) sourozenec (individua) x
- c) dobrý sourozenec
- d) jeho sourozenec

Patrně se shodneme na tom, že výrazy sub a) a c) budeme spojovat s pojmy, na rozdíl od výrazů sub b) a d). Důvod je následující:

V případě a) je jasné, že ať bude s tímto výrazem spojován jakýkoli pojem (tj. konstrukce, v nejjednodušším případě⁰ sourozenec), bude vždy konstruovat určitý objekt (typu $(\text{ou})_{\tau_0}$).

² To neznamená, že teorii E-pojmů nelze využít pro studium lidských operací s pojmy: tyto operace jsou ovšem empirické aktivity (např. učení pojmům), logická teorie ovšem ujasní, čeho se tyto aktivity vlastně týkají.

Podobně v případě c), kde příslušný pojem bude konstruovat vlastnost, typ $(\text{oi})_{\tau\omega}$. (Srov. Kontext *Ne každý je dobrý sourozenec.*)

Naproti tomu v případě b) analýza výrazu nevede ke konstrukci určitého objektu: příslušná konstrukce, např.

$\lambda w \lambda t \lambda y$ [0 sourozenec $_{wt,y} x$]

obsahuje volnou proměnnou x . Dokud jazykový nebo situační kontext neurčí hodnotu x , nekonstruuje tato konstrukce nic.

Podobně je tomu v případě d), kde *jeho* odpovídá x („v genitivu“) v případě a).

První zpřesnění definice pojmu vede tedy k formulaci

Pojem je uzavřená konstrukce,

tj. konstrukce neobsahující žádný volný výskyt proměnné.

Poznámka: Mohli bychom zdánlivě říci, že pojem konstruuje objekt, tj. že zde schází parametr *valua*. To by však nebylo přesné, protože pojem také nemusí konstruovat žádný objekt (ani konstrukci).

Ani toto zpřesnění není konečné. Nekonečná řada konstrukcí

α λx_1 [$^0 > x_1$ $^0 0$], λx_2 [$^0 > x_2$ $^0 0$], λx_3 [$^0 > x_3$ $^0 0$], ..., λx_k [$^0 > x_k$ $^0 0$] ...

by podle našeho zpřesnění obsahovala nekonečně mnoho pojmů (množiny kladných reálných čísel). Že tomu tak není, dosvědčuje fakt, že jednotlivým členům této řady neodpovídají jednotlivé výrazy přirozeného jazyka: každému odpovídá jeden výraz (*reálná čísla větší než 0*). Řekli bychom tedy, že všechny členy této řady jsou si natolik podobné, že reprezentují jeden jediný pojem.

Jiný příklad: Mějme postoj (v implicitním smyslu, viz LAPJ I, 5.4) $M(\text{yslet}, \text{že}) / (\text{oi}\text{o}_{\tau\omega})_{\tau\omega}$. Porovnejme konstrukce $(x \rightarrow \text{t}, p \rightarrow \text{o}_{\tau\omega})$:

η $^0 M$, λw [$^0 M_w$], $\lambda w \lambda t$ [$^0 M_{wt}$], $\lambda w \lambda t \lambda xp$ [$^0 M_{wt} xp$]

Všechny tyto konstrukce jsou vzájemně ekvivalentní a konstruují intenzi M . Příslušná procedura je také v podstatě stejná: i $^0 M$ postupuje přes abstrakce nad w , t a xp , jednotlivé výrazy 'jazyka konstrukcí' pouze v různém stupni zexplicitňují tyto kroky.³

Jestliže libovolný člen řady sestavené podle těchto dvou vzorů reprezentuje – jak bychom chtěli – jeden a týž pojem, můžeme příslušnou definicí zařídit, že ten pojem, který je reprezentován kterýmkoli členem příslušné řady, bude konstrukce, která je v jistém smyslu nejjednodušší.

Než zavedeme příslušné definice, všimněme si, že řady typu α a typu η lze kombinovat: např. řadu η lze doplnit takto:

$\alpha\eta$ $^0 M$, λw [$^0 M_w$], λw_1 [$^0 M_{w_1}$], λw_2 [$^0 M_{w_2}$], ..., $\lambda w \lambda t$ [$^0 M_{wt}$], $\lambda w_1 \lambda t_1$ [$^0 M_{w_1 t_1}$], ...

Definice (α -ekvivalence)

Uzavřená konstrukce C je α -ekvivalentní konstrukci C' , vznikne-li korektním nahrazením n výskytů ($n \geq 0$) λ -vázané proměnné ξ výskytem proměnné ζ .

Definice (η -ekvivalence)

³ Viz η -pravidlo v λ -kalkulu.

Uzavřená konstrukce C je η -ekvivalentní konstrukci C' , jestliže jedna z nich je η -redukovaným tvarem druhé.

Definice (kvazi-identita)

Uzavřená konstrukce C je *kvazi-identická* konstrukci C' , jestliže existují konstrukce C_1, \dots, C_m takové, že $C_1 = C$, $C_m = C'$ a pro každé i , $1 \leq i \leq m - 1$, platí, že C_i je α - nebo η -ekvivalentní C_{i+1} .

Relace kvazi-identity ('Quid') je reflexivní, symetrická a tranzitivní, indukuje tedy pro každou uzavřenou konstrukci množinu (ekvivalenční třídu) konstrukcí, které jsou ekvivalentní na základě Quid a reprezentují jeden a týž pojem. Který z prvků této množiny budeme pokládat za takto reprezentovaný pojem, umožňuje určit 'normalizační' procedura definovaná v práci A. Horáka (viz).

(Podstata Horákovy procedury je jednoduchá. α -normální forma NF^α nahradí danou konstrukci ekvivalentní konstrukcí, která vznikne přejmenováním každé λ -vázané proměnné první dosud nepoužitou proměnnou. η -normální forma NF^η nahradí danou konstrukci takovou η -ekvivalentní konstrukcí, kterou už nelze η -redukovat. Normální forma NF je pak definována pro konstrukci C jako $NF^\alpha(NF^\eta C)$.)

Příklad: Pojem reprezentovaný konstrukcí $(x_4 \rightarrow 1, x_9 \rightarrow 0_{\tau\omega})$

$$\lambda w \lambda t [\lambda x_4 x_9 [{}^0M_{wt} x_4 x_9]]$$

bude 0M . (Stačí NF^η , aplikace F^α nedá nic nového.)

Poznámka: Mohli bychom si položit otázku, zda by nebylo možné provést podobné redukce pro jiné případy ekvivalence než α - a η -. Nemohli bychom ztotožnit konstrukci s β -redukovaným tvarem? Nemohli bychom viděli jsme v LAPJ I., že β -redukce není obecně ekvivalentní transformace. Co např. využít komutativnosti pravdivostních funkcí jako konjunkce? Nebude třeba konstrukce tvaru $[{}^0 \wedge A B]$ stejný pojem jako příslušná konstrukce tvaru $[{}^0 \wedge B A]$? Ani takové ztotožnění nelze doporučit. Ty konstrukce jsou prostě různé, i když ekvivalentní. Ztotožnění by např. znemožnilo analyzovat věty jako

Když prší a mrzne, tak mrzne a prší.

Nezdá se, že by Quid bylo možno rozšířit tak, aby to ještě odpovídalo naší jazykové intuici.

Definice pojmu pomocí NF umožňuje chápat pojem prostě jako uzavřenou konstrukci: *libovolná uzavřená konstrukce reprezentuje pojem.*

⁴ Horák má β místo η .

3. Význam a pojem. Church: *the sense of E = a concept of the denotation of E*. Prázdný pojem. Homonymie, slabá homonymie. Ekvivalence pojmů

V jedné stati z r. 1966 charakterizoval Tichý logickou sémantiku (v aplikaci na přirozený jazyk) takto:

„Předpokládáme ovšem normální jazykovou situaci, v níž komunikace probíhá mezi dvěma lidmi, kteří oba jazyku rozumějí. Logická sémantika se nezabývá jinými jazykovými situacemi.“

To je základní předpoklad LANL. Za tohoto předpokladu můžeme přijmout návrh, který r. 1956 formuloval A. Church, když odmítl Fregovu teorii pojmu a umístil pojem na úroveň Fregova *smyslu*. Jeho schéma zní

The sense of (an expression) E = a concept of the denotation of E.

V naší terminologii mluvíme o Fregově smyslu jako o *významu*. Význam každého výrazu⁵ je podle toho pojem objektu, který (pokud existuje) je tímto výrazem označen.

Zajímavé je srovnání Bolzano, Frega a Churcha, pokud jde o to, s kterými druhy výrazů spojují pojmy.

Pro Bolzana jsou nositeli pojmů všechny druhy výrazů kromě vět, kterým na pojmové úrovni odpovídají „Věty o sobě“.

Frege spojuje s pojmy výhradně obecné výrazy, predikáty. Např. jména i deskripce označují 'předměty', věty označují pravdivostní hodnoty. Pojmy jsou na úrovni denotátů, tedy jsou to třídy, resp. charakteristické funkce tříd.

Churchův návrh má jako důsledek, že každý smysluplný výraz vyjadřuje (nikoli označuje) pojem.

V této obecné formulaci je shoda mezi Churchem a TIL. Rozdíl je v tom, jak je tato úroveň smyslu/pojmu chápána.

Nejprve příklady.

Churchovské pojetí je stále extenzionalistické, takže denotátem jakéhokoli výrazu je extenze.

Výraz	smysl/pojem	denotát
<i>Varšava</i>	?	Varšava (individuum)
<i>Hlavní město Polska</i>	'individuální pojem'	-----“-----
<i>Hora</i>	vlastnost	třída individuí
<i>Země je planeta</i>	propozice	pravdivostní hodnota

Z těchto příkladů je zřejmý zásadní rozdíl mezi specifikací Churchova schématu a pojetím TIL. Na místě smyslů (významů, pojmů) nalézáme v TIL bulce intenze, o kterých víme, že jsou v TIL na místě denotátů⁶. Na místě

Uvedená tabulka by v TIL vypadala takto

(V/ ι , Hm/ $(\iota)_{\tau\omega}$, Polsko/ $\iota_{\tau\omega}$, hora/ $(\iota)_{\tau\omega}$, Plan/ $(\iota)_{\tau\omega}$, Z/ $\iota_{\tau\omega}$) :

⁵ Kromě tzv. indexických výrazů. Viz kap. 5.

⁶ Dodnes je 'individual concept' v sémantické literatuře chápán jako funkce z možných světů do univerza, tj. jako individuová role v TIL.

Výraz	smysl/pojem	denotát
<i>Varšava</i>	${}^0\text{Varšava}$	= reference, Varšava, individuum
<i>Hlavní město Polska</i>	$\lambda_w \lambda_t [{}^0\text{Hm}_w {}^0\text{Polsko}_w]$	individuová role
<i>Hora</i>	${}^0\text{hora}$	vlastnost individuí
<i>Země je planeta</i>	$\lambda_w \lambda_t [{}^0\text{Plan}_w {}^0\text{Z}_w]$	propozice

Co je na Churchově návrhu přijatelné, je ztotožnění smyslu (významu) výrazu E s pojmem denotátu výrazu E. Stupeň adekvátnosti takové explikace je silný: říkat, že významem výrazu je pojem předmětu je velice přirozené.

Všimněme si, že Church velmi přesně říká, že „*the sense of ...*“ is „*a concept of the denotation*“: výraz (samozřejmě desambiguovaný) má jeden jediný smysl (význam), proto „the“, ale tento význam je jeden z mnoha dalších pojmů objektu, proto „a“.

(Příklad: srovnajme dva výrazy:

- Přirozené číslo větší než 1 dělitelné přesně 1 a sebou samým
- Přirozené číslo, které má přesně dva dělitele

Když analyzujeme tyto výrazy, zjistíme, že jde o dva různé pojmy, ale konstruovaný objekt je týž (množina prvočísel). Výraz a) ovšem vyjadřuje zcela určitý smysl, odlišný od smyslu výrazu b), ale každý z těchto významů je jeden z pojmů množiny prvočísel.

(Proveďte analýzu!)

A ovšem důležitým styčným bodem je Churchův realismus, který neváhá odloučit pojem od výrazu a učinit z něj samostatnou abstraktní entitu.⁷ Rozdíl se tedy redukuje na to, že za tuto entitu Church (a po něm plejáda sémantiků) pokládá intenzi, kdežto TIL ji vidí jako konstrukci.

Mohli bychom říci, že pojem *identifikuje* (tj. konstruuje) objekt. Platí to však o každém pojmu? S jakými pojmy jsou spojeny např. následující výrazy?

největší prvočíslo, sudá prvočísla větší než 2, Pegas, vodník

Typová analýza:

Prv/ (οτ), ≥/ (οττ), >/ (οττ), S/ (οτ), Peg/ $\iota_{\tau\omega}$, Vod/ (οι) $_{\tau\omega}$, ι / (τ(οτ))

- největší prvočíslo*: $[{}^0\iota \lambda x [{}^0\wedge [{}^0\text{Prv } x] [{}^0\forall \lambda y [{}^0\supset [{}^0\text{Prv } y] [{}^0\geq x y]]]]]$,
- sudá prvočísla větší než 2*: $\lambda x [{}^0\wedge [{}^0\text{Sx}] [{}^0> 2]]]$
- Pegas*: ${}^0\text{Pegas}$
- vodník*: ${}^0\text{vodník}$

Pojem sub 1) je nevlastní konstrukce: Třída čísel konstruovaná konstrukcí $\lambda x \dots$ je prázdná, ι je na ní nedefinovaná funkce.

Pojem sub 2) konstruuje prázdnou třídu.

Pojem sub 3) konstruuje individuovou roli, která je v aktuálním světě (nyní) neobsazena.

Pojem sub 4) konstruuje vlastnost, jejíž hodnotou v aktuálním světě nyní je prázdná třída.

⁷ Velmi abstraktní: „anything which is capable of being the sense of some name in some language, actual or possible, is a concept“.

Příklady 1) – 4) reprezentují čtyři případy prázdnoty pojmu.

Definice ((*striktně*) *prázdny pojem*)

Pojem C je (*striktně*) *prázdny*, jestliže C je nevlastní konstrukce.

Definice (*kvazi-prázdny pojem*)

Pojem je *kvazi-prázdny*, jestliže konstruuje prázdnu třídu / relaci.

Definice (*empiricky prázdny pojem*)

Pojem je *empiricky prázdny*, jestliže konstruuje intenzi, která v aktuálním světě-čase je buď

a) neobsazena, nebo b) má jako hodnotu prázdnu třídu / relaci.

Rozlišení těchto druhů prázdnoty pojmu je důležité. Především je jasné, že i když je výraz spojen s prázdny pojmem, přesto mu rozumíme. Rozumíme např. výrazu *největší prvočíslo*, protože vyjadřuje určitou – byť i nevlastní – konstrukci: víme, že k n lezení objektu potřebujeme určitou proceduru, která zpracovává podprocedury spojené s výrazy *větší nebo rovný, prvočíslo* atd.. Že tato procedura nikam nevede, je jiná záležitost, týkající se denotátu. Dále je nutno si uvědomit, že prázdnota se liší od kvazi-prázdnoty: prázdnota znamená absenci jakéhokoli objektu, kvazi-prázdnota znamená, že objektem je prázdna třída (ale i prázdna třída je logický objekt, kdežto 'prázdny individuum', 'prázdny číslo' jsou pouze slova.).

Tvrzení.

Žádný empiricky pojem není prázdny ani kvazi-prázdny.

Důkaz: Empiricky pojem konstruuje intenzi, tedy funkci. Nemůže tedy být nevlastní konstrukcí: v nejhorsím případě konstruuje podivnou, všude nedefinovanou funkci. Proto není prázdny. Není ani kvazi-prázdny, protože nekonstruuje třídy/ relace, nýbrž intenze.

Můžeme se pozastavit nad mírou Churchovy generalizace: Také věty vyjadřují pojmy? Běžná intuice říká, že věty mohou být pravdivé či nepravdivé, kdežto pojmy ne. Ve skutečnosti je tato intuice zachována.

Nejprve vezměme empirickou větu, např.

Na Měsíci je voda.

Pojem vyjádřený touto větou je konstrukce, která je instrukcí, jak dojít k *propozici*, že na Měsíci je voda, tj. k jisté pravdivostní *podmínce*. Tato instrukce neobsahuje a nemůže obsahovat samu verifikaci v daném světě a čase. Porozumět větě není totéž jako znát její pravdivostní hodnotu.

Máme-li matematickou větu, řekněme

$$3^2 > 2^3,$$

pak příslušný pojem je procedura, která v tomto případě vede k pravdivostní hodnotě **P**.

Nemůžeme však říci, že tato procedura je pravdivá: její výsledek je pravda, ona sama není pravdivá.

Přirozený jazyk nespĺňuje podmínky kladené na ideální vědecký jazyk, ve kterém každý výraz vyjadřuje jeden jediný pojem. Vzniká jev zvaný *homonymie*.

Definice (homonymie)

Výraz daného jazyka je *homonymní*, jestliže v tomto jazyku vyjadřuje alespoň dva pojmy.

Lexikální homonymie vzniká, jestliže homonymním výrazem je jednoduchý výraz.

Syntaktická (strukturální) homonymie vzniká, když gramatická struktura výrazu připouští alespoň dvě analýzy.

Příklad: slovo *zámek* v češtině připouští aspoň dva významy, tj. vyjadřuje aspoň dva pojmy. Tedy případ lexikální homonymie.

Příklad syntaktické homonymie: *Karel se chce oženit s princeznou*. Viz LAPJ I., 4.5.

Syntaktická homonymie může být 'slabá' v tom smyslu, že jeden výraz vyjadřuje různé pojmy, ale denotuje stejný objekt. Např. věta *Zámky jsou lidské výtvořky* označuje propozici, která je stejná, ať *zámek* vyjadřuje kterýkoli ze dvou pojmů vyjádřených tímto slovem.

Definice (ekvivalence pojmů)

Dva neprázdné nebo empiricky prázdné pojmy jsou *ekvivalentní*, jestliže konstruuji stejný objekt.

Např. pojmy ⁰hobit a ⁰skřet nejsou ekvivalentní (jejich popis zadává odlišné intenze).

Pojem vyjádřený výrazem *rovnostranný trojúhelník* je ekvivalentní pojmu vyjádřenému výrazem *rovnoúhlý trojúhelník*. Oba pojmy jsou ovšem různé. Pojem vyjádřený výrazem *přirozené číslo větší než 1 dělitelné přesně 1 a sebou samým* je ekvivalentní pojmu vyjádřenému výrazem *přirozené číslo, které má přesně dva dělitele*.

Tím se dostáváme ke kapitole o synonymii, ekvivalenci a koreferenci výrazů.

Poznámka: Na základě definice nevlastní konstrukce (viz LAPJ I.) bychom se mohli domnívat, že pokud nějaký výraz E obsahuje podvýraz, který vyjadřuje striktně prázdný pojem, pak E nemá denotát, neoznačuje nic. Ukážeme, že tato formulace je nepřesná a vede k nepravdě.

Uvažujme větu

Největší prvočíslo je liché.

Protože L(ichý) / (οτ), je výsledná analýza (= pojem vyjádřený touto větou)

$$[{}^0L [{}^0ι λx [{}^0∧ [{}^0Prv x] [{}^0∀λy [{}^0⊃ [{}^0Prv y] [{}^0≥ x y]]]]]]],$$

a skutečně tento pojem je rovněž striktně prázdný: naše věta nemá pravdivostní hodnotu.

Uvažme však větu

Pojem největšího prvočísla je prázdný.

Potřebujeme zde typ objektu označeného výrazem *prázdný pojem*. Protože jsme vázáni typovou hierarchií, může jít jen o prázdné pojmy určitého řádu, zvolme pro náš případ typ *₁. Máme tedy Pp / (ο*₁). Chybna by byla 'analýza':

$$[{}^0Pp [{}^0ι λx [{}^0∧ [{}^0Prv x] [{}^0∀λy [{}^0⊃ [{}^0Prv y] [{}^0≥ x y]]]]]]],$$

protože typ argumentu funkce Pp je zde τ místo *₁. Správná analýza je

$$[{}^0Pp [{}^0ι λx [{}^0∧ [{}^0Prv x] [{}^0∀λy [{}^0⊃ [{}^0Prv y] [{}^0≥ x y]]]]]]],$$

kteřá je typově v pořádku a ukazuje, že pojem největšího prvočísła je zde *zmíněn*, nikoli užít.

Jistě, platí obecně, že je-li nevlastní konstrukce *C* *zmíněna* v konstrukci *D*, pak *D* není nevlastní, resp. je-li nevlastní, pak ne proto, že *C* je nevlastní.

4. Synonymie, ekvivalence výrazů, koreference

Zavedení hyperintenzionální úrovně, tj. konstrukcí, umožňuje jemnější rozlišování druhů té relace, kterou velice zhruba nazýváme *ekvivalence*.

Poznámka: Carnap r. 1947 (*Meaning and Necessity*) poznal, že jeho metoda „intenzí a extenzí“ založená na rozlišení výrazů, které mají stejnou hodnotu ve všech popisech stavů, a výrazů, jejichž sémantiku lze chápat jako funkce z popisů stavů s různými hodnotami v alespoň dvou popisech stavů, nestačí na sémantiku propozičních postojů, kde může docházet k různým postojům k logicky ekvivalentním zadáním téže propozice. Carnap tedy definoval jemnější sémantiku na základě pojmu „intenzionální izomorfismus“. Intenzionálně izomorfní výrazy musí mít *stejnou strukturu* a jednotlivé prvky jedné struktury musí být *logicky ekvivalentní* s prvky druhé struktury.

V řadě statí počínaje rokem 1954 Alonzo Church podrobil toto Carnapovo kritérium kritice a ukázal, že není dostatečně jemné: Jeho protipříklad byl následující: Necht' *P* a *Q* jsou logicky ekvivalentní. Je logicky myslitelný postoj domněnky, že platí $P \neq Q$, ale současně že neplatí $P \neq P$, i když jde o výrazy (podle Carnap) intenzionálně izomorfní. Church usiloval o definici „synonymní izomorfie“.

Definice (synonymie)

Výraz *E* je *synonymní* s výrazem *E'*, jestliže oba výrazy vyjadřují tžj pojem.

Definice (ekvivalence, slabá ekvivalence)

Výraz *E* je *ekvivalentní* s výrazem *E'*, jestliže označuje tžj objekt jako *E'*. Je *slabě ekvivalentní* s výrazem *E'*, je-li s ním ekvivalentní, ale ne synonymní.

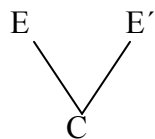
Definice (koreference)

Empirický výraz *E* je *koreferenční* s výrazem *E'*, jestliže s ním není ekvivalentní, ale hodnota obou označených intenzí je v aktuálním světě-čase stejná.

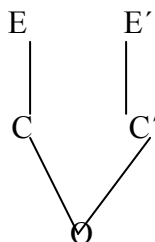
Poznámka: Vyjadřují-li výrazy prázdné nebo kvazi-prázdné pojmy, nemá smysl mluvit o jakékoli ekvivalenci.

Schematicky (*C*, *C'* pojmy, *I*, *I'* intenze, *O* objekt. Co je pod čarou, je logicky nedostupné):

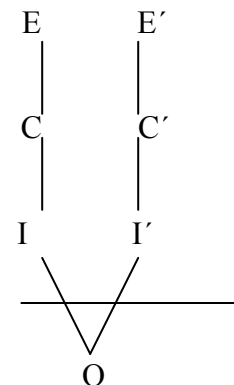
Synonymie



Slabá ekvivalence



Koreference



Uvedené rozlišení je ve své jemnosti umožněno dvěma principy:

- 1) Pojmy jsou abstraktní procedury spojující výrazy s jejich denotáty.
- 2) Empirické výrazy označují intenze.

Bez 1) bychom nedovedli rozlišit synonymii a slabou ekvivalenci: nejvýše bychom mohli říci, že některé 'synonymní' výrazy mají odlišnou gramatickou strukturu, což jistě není sémantické rozlišení.

Bez 2) bychom nedovedli rozlišit slabou ekvivalenci a koreferenci a unikl by nám rozdíl mezi nutnou relací mezi výrazem a denotátem a nahodilou relací mezi výrazem a referencí. To je případ Fregova populárního příkladu s výrazy *večernice* a *jitřenka*. Pro Frega šlo o relaci, kterou bychom zde definovali jako slabou ekvivalenci: E, E' jsou tyto dva výrazy, C a C' jsou ty dva Fregovy 'smysly' a denotát (společný objekt) je pro Frega planeta Venuše. Z našeho hlediska je Venuše referencí obou výrazů: jde o nahodilý vztah objevený empirickou vědou (astronomií), takže jde o koreferenci: příslušné dva pojmy jsou konstrukce, které jsou analýzou výrazů, jejichž zkratkou jsou výrazy *večernice*, *jitřenka* (např. *nejjasnější nebeské těleso na ranní / večerní obloze*), a denotovanými intenzemi jsou příslušné individuové role, tj. objekty typu $\iota_{\tau\omega}$. Venuše sama je „pod čarou“, tj. je dostupná pouze empiricky, nelze ji identifikovat logicky, apriorně.

Nároky na synonymii jsou z hlediska uvedené definice značné. Pokud jde o složené výrazy, jsou synonymní pouze tehdy, když připouštějí pouze jednu analýzu, tj. je-li eventuelní rozdíl mezi nimi výhradně syntaktického rázu, jako např. v případě vět

*Poručili mu přinést boty. Poručili mu, aby přinesl boty.*⁸

Tato náročnost je v souladu s tím, že takto přísně chápaná synonymie je velice vzácná.

Pokud jde lexikální synonymii, která se týká jednoduchých výrazů, pak – pokud je chápeme tak, že vyjadřují jednoduché pojmy⁹ – si musíme uvědomit, že jde o *jednu* konstrukci, nikoli o dvě ekvivalentní konstrukce. Připustíme-li např., že výraz *katastrofa* je v češtině synonymní s výrazem *pohroma*, půjde o jedinou konstrukci, kterou v jazyce konstrukcí můžeme označit dvojitým způsobem:

${}^0\text{katastrofa}, {}^0\text{pohroma}$

Platí tedy ($= / (O * {}_1 * {}_1)$), *katastrofa*, *pohroma* / $(OO_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ – jde o vlastnost událostí)

$[{}^0 = {}^{00}\text{katastrofa} {}^{00}\text{pohroma}]$,

ne jenom

$[{}^0 = {}^0\text{katastrofa} {}^0\text{pohroma}]$,

což by znamenalo pouhou ekvivalenci výrazů *katastrofa* a *pohroma*.

(Lexikální synonymie tak, jak je chápána v lingvistice, je dokládána v různých slovnících synonym. Často lze pochybovat, zda jde o synonymii v našem smyslu. Někdy se můžeme domnívat, že jde o synonymii, když odhlédneme od emotivní stránky. Klasický příklad: jsou v češtině synonymní výrazy *oř* a *herka*? Zdálo by se, že jediný rozdíl je v hodnocení, takže označená vlastnost je stejná, vzdáme-li se tohoto hodnocení. V tomto případě však výrazy *oř*, resp. *herka*, jsou zkratkami za určité charakteristiky, které z nich dělají nejen výrazy nesynonymní, nýbrž dokonce neekvivalentní, navíc vzájemně se vylučující: konstrukce

$[{}^0 \forall \lambda w \lambda t \lambda x [{}^0 \supset [{}^0 \text{oř}_{wx}] [{}^0 \neg [{}^0 \text{herka}_{wx}]]]]$

⁸ Odhlížíme zde od skutečnosti, že příslušné analýzy nebudou pojmy, nýbrž otevřené konstrukce.

⁹ Viz kap. 6.

konstruuje **P**, jde o neempirický pojem, věta *Žádný oř není herka* je analyticky pravdivá. Převod na logickou pravdivost lze realizovat tehdy, když oba výrazy nahradíme komplexními výrazy, jimiž jsou obě vlastnosti definovány. Viz kapitolu o ontologické definici.)

5. Pragmatický faktor. Indexické výrazy

Význam některých výrazů je 'neúplný': jde v tom případě o konstrukci s alespoň jedním volným parametrem (proměnnou). Valuace j v tom případě dána *kontextem*, který může být jazykový (textové okolí), nebo mimojazykový (situace promluvy).

Příklad: Uvažujme větu

Je nemocný.

Jde o smysluplný výraz, který ovšem neoznačuje propozici, protože nevyjadřuje pojem propozice – příslušná konstrukce je otevřená ($N/ (0t)_{\tau\omega}, x \rightarrow t$):

$$\lambda w \lambda t [{}^0N_{wt} x]$$

Možné textové okolí: Předchozí věta *Albert Einstein nepřijde*. (Problém *anafory*.)

Možná situace promluvy: Uvedená věta je proslovena v situaci, kdy se někdo ptá: „Co je s francouzským prezidentem?“

Roli signalizace úlohy kontextu hrají převážně zájmena. V češtině jsou často vynechána (anglickému *He is ill* by odpovídalo *On je nemocný*).

Zvláštní kapitolu tvoří vlastní (ne však historická, fiktivní, geografická, astronomická) jména. Vzhledem k tomu, 'obyčejná', osobní vlastní jména nejsou identifikátory (více lidí sdílí stejné jméno), je jejich sémantická úloha podobná úloze zájmen: také poukazují ke kontextu.

Příklad: *Každý student jediného gymnasia v Pardubicích zná dobře Karla.*

Možné textové okolí: Předchází věta *Ředitel jediného gymnasia v Pardubicích je Karel Jech*.

Možná situace promluvy: Věta je proslovena v situaci, kdy bylo řečeno: „Zná někdo ředitele gymnasia v Pardubicích?“

Také ukazovací zájmena patří k výrazům, jež poukazují na kontext (tj. k *indexickým výrazům*). Třebas:

Tento klobouk je drahý.

Výraz „tento“ poukazuje na proměnnou, která v -konstruuje funkce přiřazující v daném světě čase každé vlastnosti individuí přesně jedno individuum, které má tuto vlastnost, jde tedy o typ $tento \rightarrow (t (0t)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$. Významem naší věty je pak ($Dr, Klob/ (0t)_{\tau\omega}$):

$$\lambda w \lambda t [{}^0Dr_{wt} [tento_{wt} {}^0Klob]]$$

U indexických výrazů můžeme tedy definovat jejich *pragmatický význam*.

Definice (*pragmatický význam v kontextu K*)

Nechť indexický výraz E vyjadřuje konstrukci C s n ($n > 0$) volnými pragmatickými proměnnými. *Pragmatický význam výrazu E v kontextu K* je pojem, který vznikne nahrazením v C všech výskytů volných pragmatických proměnných konstrukcemi těch objektů, které jsou dány valuací těchto proměnných kontextem K .

Příklad:

Pragmatický význam věty *Je nemocný* v kontextu předchozí věty *Albert Einstein nepřijde* je pojem

$$\lambda_w \lambda_t [{}^0N_{wt} {}^0Einstein]$$

Pragmatický význam této věty v kontextu, kdy byla položena otázka „Co je s francouzským prezidentem?“, je pojem (Pr/ (t))_{τω}, Fr/ (t)_{τω}:

$$\lambda_w \lambda_t [{}^0N_{wt} [{}^0Pr_{wt} {}^0Fr_{wt}]]$$

Objekt (je-li jaký) konstruovaný pragmatickým významem výrazu E v kontextu K můžeme nazvat *pragmatickým denotátem výrazu E v kontextu K*.

V našich příkladech jsou těmito pragmatickými denotáty příslušné propozice.

David Kaplan rozlišoval *obsah* promluvy (*smysl* příslušné věty) a *charakter*, což je funkce, která kontextům přiřazuje obsah. V našem příkladě bychom řekli, že událost, kterou bychom nazvali promluvou věty *Je nemocný*, by dostala charakterem přiřazen různý obsah (různý smysl/význam) té věty v závislosti na kontextu (dva případy kontextu jsme uvedli).

Poznámka: Všimněme si dvou výrazů, které vypadají jako indexické: *nyní* a *ve skutečnosti*. První z nich jakoby poukazuje na čas promluvy, druhý odkazuje k aktuálnímu světu.

V systému, ve kterém máme typy τ a ω , je indexičnost těchto výrazů jen zdánlivá: *nyní* neoznačuje žádný určitý okamžik – označuje funkci, která každému okamžiku přiřazuje tžž okamžik. Jde tedy o identickou funkci typu ($\tau\tau$). Necht' tedy N/ ($\tau\tau$): porovnejme pojmy vyjádřené větami

a) *Mars je dobře viditelný*

a

b) *Mars je nyní dobře viditelný.*

Být dobře viditelný je vlastnost, Dv/ (o)_{τω}. Mars budiž /t. Máme

a') $\lambda_w \lambda_t [{}^0Dv_{wt} {}^0M]$

a

b') $\lambda_w \lambda_t [[[{}^0Dv w] [{}^0N t]] {}^0M]$

Protože N je identická funkce, jsou oba pojmy *ekvivalentní*, což znamená, že dodání slova *nyní* nepřidává žádnou novou informaci. Kdyby *nyní* byl indexický výraz, pak by jeho denotát závisel na kontextu. Zde žádná závislost není, označena je identická *funkce*.

Zcela analogicky se chovají výrazy jako *ve skutečnosti*, *opravdu* (porovnej *really*). Nemáme možnost dostat se logicky k aktuálnímu světu, takže výraz *aktuální svět* (A) označuje pouze funkci, typ ($\omega\omega$), která každému možnému světu přiřadí svět, který je v něm *aktuální*, což je právě ten daný svět: jde opět o *identickou funkci*. Věta

Mt Everest je v Asii

neříká nic jiného než věta

Mt Everest je opravdu v Asii.

(O tom se přesvědčíme, když nad konstrukcí (As/ (o))_{τω}, být v Asii)

$\lambda_w \lambda_t [[[{}^0As [{}^0Aw]]t] {}^0MtEv]$

provedeme analogickou úvahu jako v případě a').

Pokud se zdá, že např. v tomto případě si snadno představíme, že se dovídáme něco nového díky následujícímu dialogu

Mt Everest je v Asii.

Ale to snad ne!

Ale ano, Mt Everest je opravdu v Asii.,

musíme si uvědomit, že nejde o něco sémanticky, informačně nového, že tedy pravděpodobnost takového dialogu je dána *rétorickou* rolí výrazu *opravdu*: jde o zdůraznění, které není spojeno s další informací.

Zvláštní kapitola je problém *vlastních jmen*.¹⁰ Zde je sémantický rozdíl mezi běžnými vlastními jmény (Josef Novák) na jedné straně a historickými (Napoleon Bonaparte, Albert Einstein) nebo literárními (Sherlock Holmes, Othello) a ovšem zeměpisnými a astronomickými (Evropa, Mléčná dráha) na druhé straně.

Běžná jména označují individua, a to jednoznačně (!). Jakožto jazykový výraz je každé vlastní jméno spojeno s dvojicí <semivýraz, význam>. Praktická nejednoznačnost vlastních jmen je spojena s teoretickou jednoznačností: máme-li výraz *Josef Novák*, pak fakt, že je mnoho Josefů Nováků, není neslučitelný s tvrzením, že jméno *Josef Novák* je pro každého z těch Nováků jiný jazykový výraz (vlastně problém homonymie).

I když vlastní jména ostatních kategorií jsou spojena s poněkud složitější problematikou, mají všechna vlastní jména jednu společnou vlastnost: k označenému objektu se jimi dostáváme přímo, bez odkazu na vlastnosti, které objekt musí mít.¹¹ Domněnka, že vlastní jméno např. zeměpisné lze ekvivalentně nahradit *popisem (deskripcí)*, narazila na řadu problémů. Z toho hlediska je např. *Venuše* vlastní jméno, ale *Jitřenka* je 'skrytý popis' (podobně jako třeba *Pegas*). Vlastní jména, která nejsou 'skrytými popisy', označují stejné individuum ve všech možných světech-časech a mají tedy neempirický charakter.

Analýzu vlastních jmen, zejména běžných, budeme provádět trivializací.

Vlastní jméno označuje svého nositele přímo a jednoznačně, takže sémantika jména *Josef Novák* se liší od sémantiky výrazu *muž, který se jmenuje 'Josef Novák'*: tento výraz je empirický a označuje vlastnost, která NB má v různých světech-časech různou hodnotu (třidu).

V souvislosti s vlastními jmény je důležité uvědomit si rozdíl mezi nimi a *popisy*.

6. Určité popisy (*Definite descriptions*)

Výrazy přirozeného jazyka označují jednotliviny (individua, čísla apod.) jako jejich jména. Viděli jsme, že jde o přímou relaci, nezprostředkovanou určením vlastností, které jednotlivina musí mít. Zdálo by se, že existuje i zprostředkovaná cesta k denotátu, totiž vymezení požadovaných vlastností dané jednotliviny. Za takový způsob 'nepřímého' určení jednotliviny bývá často pokládán tzv. *určitý popis*.

Problematiku určitého popisu objasníme nejprve na *empirických určitých popisech*.

Systematickou analýzu těchto popisů zahájil začátkem 20.století Bertrand Russell, když se zamyslel nad výrazy tvaru

To jediné x takové, že platí ...x ...

Výrazy přirozeného jazyka nejsou většinou formulovány tímto způsobem, který spíše zachycuje logickou formu těchto výrazů. I tak je už z tohoto schématu patrné, že bychom takové výrazy mohli pokládat za 'nepřímý způsob' označení individua. Právě proti takovému

¹⁰ K tomu lze doporučit u nás vyšlou práci Marián Zouhar: *Rigidná designácia*. Bratislava 2006, kap. 2.

¹¹ Bez ohledu na okolnosti při pojmenování: Je možné, že v místě nazvaném *Svinibrod* byl svého času brod používaný prasaty, ale jméno identifikuje to místo i tehdy, když tato okolnost už neplatí.

pojetí (které zastával např. Frege) postavil Russell své pojetí, podle kterého popis určuje jen podmínku, jakou musí příslušné individuum splnit. Budeme nejprve reprodukovat Russellovu koncepci určitých popisů i s použitím běžné predikátově logické symboliky.

Russellův příklad určitého popisu je výraz

Současný francouzský král

Vyjděme z predikátu (vlastnosti) 'být králem Francie'. Z povahy jazyka je zřejmé, že v každém okamžiku může existovat nejvýše jeden francouzský král. Zdálo by se tedy, že uvedený popis označuje – pokud něco označuje – to individuum, které je právě francouzský král. Ale co když žádné takové individuum není (jako je tomu v tomto případě)?

Pro Russella tato možnost znamenala, že uvedený popis *sám o sobě* nic neoznačuje. Russell formuloval obecný princip, podle něhož žádný popis nic neoznačuje a sémanticky smysluplný je pouze kontext, který tento popis obsahuje: to znamená, že *každý výraz obsahující /určitý/ popis je nahraditelný výrazem, který tento popis neobsahuje*. Tuto 'eliminaci popisu' zkonstruoval Russell následujícím způsobem:

Zavedl symbol ι ¹², který dohromady s příslušnou proměnnou odpovídá frázi *to jediné x takové, že*. Nechť A je věta. Pak $\iota x A$ je logické schéma odpovídající frázi *to jediné x takové, že (platí) A*. V našem případě jde o popis

$\iota x \text{SFK}(x)$,

kde SFK je *současný francouzský král*. Podle Russella tedy tento výraz nemá vlastní sémantiku a teprve určitý kontext, který ho obsahuje, je smysluplný kontext, ale ten lze nahradit textem neobsahujícím ιx následujícím způsobem:

Nechť B je jednomístný predikát (vlastnost). Smysluplný kontext má logickou formu

$B(\iota x A)$,

tj. *to jediné x takové, že platí A, má vlastnost B*. Tento kontext lze nahradit kontextem, jehož logická forma je

$\exists x (\forall y (Ax \equiv y = x) \wedge Bx)$,

tj. *Existuje přesně jedno x takové, že Ax, a Bx*. V našem případě větu *Současný francouzský král je holohlavý* analyzujeme podle Russella takto (H je vlastnost holohlavosti):

$\exists x (\forall y (\text{SFK}x \equiv y = x) \wedge Hx)$.

Komentář:

- 1) Pozitivní rys Russellova řešení můžeme vidět v tom, že ukazuje nutnost zásadního rozlišení mezi jménem a empirickým popisem: ten není jednoznačným jménem určitého individua – my bychom řekli, že to je v souladu s Fregovým principem *Nemůžeme mluvit o tom, co není pojmenováno*. (Viz „Parmenidův princip“. LAPJ I.)
- 2) Russell se chtěl vyhnout situaci, v níž by nemohl ohodnotit větu určitou pravdivostní hodnotou, protože příslušný popis nic neoznačuje (naš příklad). V Russellově řešení taková věta je nepravdivá (není pravda, že existuje...).
- 3) Russell pracuje nikoli s 'individuovou rolí', nýbrž s vlastností, a aby věta nahrazující výraz s popisem byla pravdivá, musí být splněna podmínka *existence*

¹² obrácené řecké iota („iota inversum“). Příslušný font není k dispozici, užijeme kurzívní ι , kurzíva odliší tento znak od znaku pro typ individuí i .

$(\exists x)$ a podmínka *jednoznačnosti* ($\dots y \equiv x$). (K tomu se vrátíme při výkladu řešení v TIL.)

- 4) Z Russellova řešení nevyplývá jednoznačně, jak analyzovat negaci příslušné věty. Nabízejí se dvě možnosti: a) $\neg \exists x (\forall y (Ax \equiv y = x) \wedge Bx)$, b) $\exists x (\forall y (Ax \equiv y = x) \wedge \neg Bx)$.

- 4) Russellův názor, že popis sám o sobě, bez kontextu, není smysluplný, odporuje běžné jazykové intuici. Výrazu *současný francouzský král*, podobně jako *nejbohatší člověk* přece rozumíme i bez kontextu. (I Russellovo řešení je ovšem v souladu s intuicí, kterou jsme zpřesňovali už v LAPJ I., že totiž výraz *nejbohatší člověk* nenedotuje aktuálního nejbohatšího člověka.)

Naše řešení zachová kladný přínos Russellova řešení a odstraní jeho problematické rysy.

Především je nutno zachovat smysluplnost výrazu tvaru *to jediné x takové, že...* mimo konkrétní kontext. Viděli jsme, že nutnou podmínkou toho, aby výraz této formy něco označoval, je existence a jednoznačnost. Náš funkcionální přístup umožňuje zachytit tuto podmínku funkcí, která je definována právě na neprázdných třídách (existence) neobsahujících více než jeden prvek (jednoznačnost). Pro tuto funkci zachováme Russellův symbol ι . Protože je typově polymorfni (konkrétní typ je dán typem třídy, na kterou je ta funkce aplikována), zachytíme tento polymorfismus takto: $(\alpha(\alpha))$, kde α je libovolný typ. V našem příkladu α je typ ι .

Jsme v oblasti empirických popisů. Obecná forma popisu bude

$$\lambda w \lambda t [\iota \lambda x C_{[\dots x \dots]}],$$

kde $x \rightarrow \alpha$, $C \rightarrow o$ a C je konstrukce obsahující aspoň 1 výskyt proměnné x a ovšem výskyty proměnných w a t .

Funkce ι je definována takto: nechť K je konstrukce třídy k . Jestliže k obsahuje jediný prvek a , pak $[\iota C]$ konstruuje a . Je-li k prázdná třída nebo obsahuje-li více než jeden prvek, je ι nedefinována a $[\iota C]$ je tedy nevlastní konstrukce.

Pojem vyjádřený větou *Současný francouzský král je holohlavý* analyzujeme nyní takto (kde SFK / ι_{τ_0} a $x \rightarrow \iota$):

$$\lambda w \lambda t [{}^0 H_{wt} \iota \lambda x [{}^0 = x {}^0 SFK_{wt}]]$$

nebo ovšem

$$\lambda w \lambda t [{}^0 H_{wt} {}^0 SFK_{wt}],$$

protože důležitou kategorií intenzí je v TIL třída individuových rolí, typ ι_{τ_0} , a SFK je tohoto typu díky jazykové konvenci.

Jaké jsou nyní pravdivostní podmínky naší věty na základě této analýzy (= Jakou propozici uvedená konstrukce konstruuje?)

Existuje-li v daném světě-čase francouzský král a je holohlavý, je tato propozice pravdivá. Existuje-li, ale není holohlavý, je tato propozice v takovém světě-čase nepravdivá. Jestliže pak v daném světě-čase francouzský král neexistuje, pak je ta propozice – a tedy naše věta – v takovém světě-čase bez pravdivostní hodnoty.

Podobně jednoznačně odvodíme distribuci pravdivostních hodnot pro negaci naší věty:

$$\lambda_w \lambda_t [{}^0 \neg [{}^0 H_{wt} {}^0 SFK_{wt}]].$$

S Russellovou koncepcí má pojetí TIL společné to, že analýza ukazuje, že nejde o jméno. Empirický popis *nikdy* neoznačuje individuum, resp. obecně jednotlivinu. Je to patrné i z faktu, že následující argument je chybný:

Současný papež je Němec

Ratzinger je Němec

Pokud nedodáme druhou premisu

Současný papež je Ratzinger,

závěr z premisy nevyplývá. $[{}^0 H_{wt} {}^0 SFK_{wt}]$, vyplýval by tehdy, kdyby výraz *současný papež* (což je popis, jak je vidět z ekvivalentní analýzy s použitím t) byl Ratzingerovo jméno.

Od Russellovy koncepce s pojetí TIL liší jednak důslednou intenzionalizací (i nahodilost je modalita!), jednak tvrzením, že i popis vně kontextu má samostatný význam – v našem případě označuje individuovou roli (což je parciální, často ne totální funkce).

Poznámka:

S použitím popisu jsme se setkali v kapitole o tázacích větách (případ alternativních otázek, LAPJ I.).

7. Pojmové systémy. Problém jednoduchých pojmů. Jednoduché pojmy a jednoduché výrazy. Definice pojmového systému.

Až dosud jsme prováděli analýzy jednotlivých výrazů tím způsobem, že jednoduchý (většinou jednoslovný) výraz jsme opatřili trivializací, např. slovu *hora* jsme přiřadili jako konstrukci 0 hora. Podle definice trivializace to znamená, že jsme *identifikovali vlastnost být hora bez pomoci jakýchkoli dalších pojmů*.

Poznámka: Samozřejmě trivializace se netýká výrazu *hora*, tj. předmět, který beze změny vrací, není výraz *hora*, nýbrž vlastnost být hora.

Kdybychom měli tuto situaci přiblížit v oblasti *učení pojmům*, tj. v mentální oblasti, pak dítě, které se naučí identifikovat např. Měsíc bez jakýchkoli definic, vlastní tak pojem 0 Měsíc.

Budeme tedy definovat důležitý pojem jednoduchého pojmu.

Definice (jednoduchý pojem)

Uzavřená konstrukce C je *jednoduchý pojem*, jestliže žádná její konstituenta (tj. užitá podkonstrukce) není pojem.

Příklady:

Nechť $x \rightarrow \alpha$, α libovolný typ. Konstrukce $\lambda x x$, která konstruuje identickou funkci v typu α , je jednoduchý pojem.

Důležitou skupinu jednoduchých pojmů definujeme takto:

Nechť X je objekt typu řádu 1, tj. nikoli konstrukce nebo funkce obsahující konstrukce v definičním oboru nebo mezi hodnotami. Pak 0X je *jednoduchý pojem*.

Tvrzení

Jednoduchý pojem nemůže být striktně prázdný.

Důkaz:

Konstrukce nemůže mít konstituentu, která není pojem, pokud to není uzávěr (naš první příklad) nebo trivializace.

V prvním případě víme, že uzávěr nemůže být striktně prázdný (viz definici uzávěru).

Trivializace nemůže být nevlastní konstrukce.

Z našich dosavadních příkladů může vzniknout nesprávný dojem, že každému jednoduchému výrazu odpovídá jednoduchý pojem. Jazyk takto ovšem nefunguje. Jak bude zřejmé zejména z kap. 10, vývoj jazyka je spojen se zaváděním *zkratek*. Nemůžeme proto tvrdit, že rozumět výrazu *prvočíslo* znamená ovládat pojem⁰prvočíslo, tj. umět rozhodnout, zda dané číslo je prvočíslo, bez pomoci jiných pojmů (jako je pojem dělitelnosti apod.).¹³

Další nesprávný dojem vznikne, jestliže z uvedených příkladů usoudíme, že každý přirozený jazyk je sémanticky založen na určité fixní množině jednoduchých pojmů a že všechny výrazy toho jazyka vznikají skládáním těchto jednoduchých pojmů. Chceme-li uvažovat o vývoji daného jazyka, musíme takovou představu opustit. Samo studium vývoje jazyka nespadá ovšem pod LAPJ, ale přesnosti takového studia prospěje použití teoretických pojmů, jaké jsou definovatelné v LAPJ.

V LAPJ máme možnost definovat obecně *pojmové systémy*. V důsledku toho vznikne možnost relativizovat analýzy vzhledem k určitému pojmovému systému. Empirický lingvista může použít tyto teoretické výsledky využít, tak jako empirické přírodní vědy využívají pojmů a výsledků matematiky.

Definice (pojmový systém)

Mějme následující množiny:

M1 Spočetně nekonečná množina **TY** typů řádu 1

M2 Prázdná nebo spočetně nekonečná množina **TY**^{*} typů řádů vyšších než 1

M3 Spočetně nekonečná množina proměnných s oborem hodnot v **M1** \cup **M2**

M4 Konečná množina jednoduchých pojmů

Pojmový systém aplikuje pravidla tvorby konstrukcí (viz LAPJ I.) na množiny **M1** – **M4**.

Konkrétní pojmový systém vytváří nekonečnou množinu **M5**, jejímiž prvky jsou složené pojmy, jejichž podpojmy (tj. uzavřené podkonstrukce) jsou výhradně prvky **M4**.

Množinu **M4** daného pojmového systému **PS** nazveme množinou *primitivních pojmů* systému **PS**, množinu **M5** pak budeme nazývat množinou *odvozených pojmů* systému **PS**.

Aby daný pojmový systém užitečně fungoval, musí **M4** obsahovat některé logické pojmy (pravdivostní funkce, kvantifikátory ...).

Příklad:

Mějme pojmový systém s **M4** = {⁰ \wedge , ⁰ \supset , ⁰ \neg , ⁰ \forall , ⁰M(už), ⁰R(odič)}. Prvkem **M5** bude např.

$$\lambda w \lambda t [\lambda x \lambda y [{}^0 \wedge [{}^0 \neg [{}^0 M_{wt} y] [{}^0 \forall \lambda z [{}^0 \supset [{}^0 R_{wt} z x] [{}^0 R_{wt} y z]]]]]]]$$

¹³ Blíže k tomu viz kap. 9.

tj. pojem babičky (jakožto příbuzné).

S touto **M4** nemůžeme odvodit pojem předka. Rozšířená množina **M4'** bude navíc obsahovat singularizátor ι , typ $((\text{o}\iota)(\text{o}(\text{o}\iota)))$. V **M4'** již odvodíme pojem předka (Předek/ $((\text{o}\iota)\iota)_{\tau\omega}$, $(c \rightarrow (\text{o}\iota), x, y, u, v \rightarrow \iota)$):

$$\lambda w \lambda t [\lambda x [\text{}^0 \iota \lambda c [\text{}^0 \wedge [\text{}^0 \forall \lambda y [\text{}^0 \supset [\text{}^0 R_{wt} y x][c y]] [\text{}^0 \forall \lambda uv [\text{}^0 \supset [c u][\text{}^0 \supset [\text{}^0 R_{wt} v u] [c v]]]]]]]]]]]$$

Můžeme předpokládat, že každý přirozený jazyk je v daném stadiu vývoje spojen s určitým pojmovým systémem ('pojmová výbava'). Tento silně zjednodušující předpoklad nebere na vědomí následující fakta:

Sám pojem přirozeného jazyka není dost určitý: přirozený jazyk je základem každého speciálního oboru, takže máme jazyk fyziky, biologie apod., které jsou všechny v tomto smyslu součástí přirozeného jazyka. Přesto je zde rozdíl: když u nás někdo nerozumí výrazu *strom*, jistě bez váhání řekneme, že neovládá češtinu. A co když někdo nebude rozumět výrazu *rekurzivní funkce* nebo *spin*? Řekneme, že neovládá češtinu?

Jednotlivé skupiny mluvčích jazyka **L** (v mezním případě i jednotlivci) užívají speciální modifikaci jazyka **L**, tzv. idiolekta. Není vyloučeno, že i předpokládaný pojmový systém těchto idiolekt je modifikací předpokládaného pojmového systému jazyka **L**.

Nebudeme zde proto řešit tak grandiózní (a stěží užitečný) problém, jakým by bylo vybudovat hypotetický pojmový systém pro současnou češtinu. Budeme místo toho zvažovat teoretické vlastnosti jakýchkoli dílčích pojmových systémů. Začneme rozlišením neempirických (v podstatě matematických) a empirických pojmových systémů.

8. Matematické pojmové systémy. Empirické pojmové systémy. Sémantická nejednoznačnost formálních systémů.

Každý pojmový systém vymezuje *oblast* objektů, které může studovat uživatel (díličího) jazyka, jehož sémantika je dána tímto pojmovým systémem.

Definice (*oblast (pojmového systému)*)

Oblast pojmového systému **S** obsahujícího množiny **M4** a **M5** je množina objektů, které lze konstruovat (identifikovat) prvky množin **M4** a **M5**.

Definice (*(logicko-)matematický pojmový systém*)

Jestliže prvky množin **M4** a **M5** jsou výlučně pojmy (logických a) matematických objektů, pak pojmový systém obsahující tyto množiny nazveme *(logicko-)matematickým* nebo jen *matematickým pojmovým systémem*.

Zkratka: M-systém

Definice (*empirický pojmový systém*)

Jestliže některá množina pojmového systému obsahuje aspoň jeden empirický pojem, pak tento pojmový systém nazveme *empirickým pojmovým systémem*.

Zkratka: E-systém

Tvrzení

Neexistuje empirický pojmový systém, jehož empirické pojmy by byly výlučně v M5.

Důkaz:

M5 obsahuje výlučně takové pojmy, jejichž podpojmy jsou prvky **M4**.

Vzhledem k tomu lze předchozí definici upravit: nahradit výraz *některá množina* výrazem *množina M4*.

Z definic je zřejmé, že oblast E-systémů je oblastí *intenzí*, na jejichž základě studujeme vlastnosti a vztahy reálných objektů. Jak je tomu s oblastí M-systémů? Tato oblast zahrnuje výlučně logicko-matematické objekty, tj. objekty, které nemají charakter kritérií, jež by umožňovala empirické studium skutečnosti. M-systémy potřebují logici a matematici.

Přesným protějškem M-systémů by byly *čisté E-systémy*. Jejich množina **M4** by obsahovala výlučně empirické pojmy. Praktická nemohoucnost takovýchto systémů je zřejmá.

Příklad:

Necht' **M4** obsahuje pouze pojmy 0M , 0R (viz předchozí příklad). **M5** by v tomto případě byla prázdná množina. Pojem otce (mužského rodiče) by nebylo možno utvořit. Přidáním neempirických pojmů ${}^0\wedge$ a 0I do **M4** bychom v **M5** tento pojem získali.

Získat na základě primitivních pojmů z **M4** složené empirické pojmy v **M5** bez logicko-matematických pojmů v **M4** lze patrně pouze v případě, že v **M4** budou adjektivní, resp. adverbialní modifikátory. (Viz LAPJ I.) Necht' např. **M4** = { 0 zelený, 0 živočich}. Pak **M5** bude obsahovat empirický pojem [0 zelený 0 živočich] ($\rightarrow (ou)_{\tau\omega}$)

Logicko-matematické pojmy v E-systémech mají nezastupitelnou úlohu: Umožňují tvořit ('objevovat') složené pojmy, pomocí kterých pak klademe ony známé 'otázky Přírodě'. Ty můžeme těžko dávat bez logických operací, počítání, měření, matematického vyjadřování vztahů apod.

Pojmové systémy a axiomatické systémy

Pokud by generování odvozených pojmů z množin **M1** – **M5** připomínalo axiomatické systémy, je třeba si uvědomit následující zásadní rozdíly:

- Pojmový systém je systém generující pojmy z pojmů: je to tedy *mimojazykový systém*.
- Axiomatické systémy mají *oddělit* tvrzení *pravdivá* v dané oblasti od tvrzení *nepravdivých*, pojmové systémy dodávají procedury bez verifikace.
- Formální axiomatické systémy pracují s výrazy, které podléhají interpretacím, takže nevyjadřují jednoznačně pojmy (problém tzv. „implicitní definice“).

Bod a) je jasný.

Ad b): Necht' **M4** obsahuje pojmy 0M (enší než) $\rightarrow (ou)_{\tau\omega}$, 0Z (emě) $\rightarrow \iota_{\tau\omega}$, 0S (lunce) $\rightarrow \iota_{\tau\omega}$, hlavní logické pojmy a popř. další empirické pojmy. **M5** bude obsahovat nejen

$$\lambda w \lambda t [{}^0M_{wt} {}^0Z_{wt} {}^0S_{wt}],$$

nýbrž také

$$\lambda w \lambda t [{}^0\neg[{}^0M_{wt} {}^0Z_{wt} {}^0S_{wt}]], \lambda w \lambda t [{}^0M_{wt} {}^0S_{wt} {}^0Z_{wt}]$$

apod. Dokonce i u M-systémů analogicky:

M1 nechť obsahuje typy o, v (přirozená čísla) a příslušné složené typy, **M4** pak pojem nuly 00 a následníka ${}^0S, {}^00 \rightarrow v, {}^0S \rightarrow (vv)$ a sčítání ${}^0+ \rightarrow (vvv)$ a mezi logickými pojmy i identitu ${}^0=$. **M5** bude obsahovat např.

$$[{}^0= [{}^0+ {}^00 [{}^0S {}^00]][{}^0S {}^00]],$$

ale také

$$[{}^0\neg[{}^0= [{}^0+ {}^00 [{}^0S {}^00]][{}^0S {}^00]]]$$

apod. Prostě nemá smysl uvažovat u pojmových systémů o bezespornosti.

Ad c): Uvažujme Robinsonovu aritmetiku s axiómy

$$\begin{aligned} &\forall x (\neg (S(x) = 0)) \\ &\forall x (S(x) = S(y) \supset x = y) \\ &\forall x (\neg x = 0 \supset \exists y (x = S(y))) \\ &\forall x x + 0 = x \\ &\forall xy x + S(y) = S(x + y) \\ &\forall x x * 0 = 0 \\ &\forall xy x * S(y) = x * y + x \end{aligned}$$

Protože Robinsonova aritmetika je formální systém, nemůžeme tyto axiomy chápat prostě tak, že '0' vyjadřuje pojem nuly, 'S' pojem následníka, '+' pojem sčítání a '*' pojem násobení. Ve skutečnosti jde o vyjádření pojmu 0R , kde $R/$ (ov (vv) (vvv) (vvv)). Mějme proměnné

$$p \rightarrow v, q \rightarrow (vv), r \rightarrow (vvv), s \rightarrow (vvv).$$

Pak R je relace definovaná pojmem

$$\lambda p q r s [{}^0\wedge [{}^0\forall \lambda x [{}^0\neg [{}^0= [qx] p]]]] [{}^0\wedge [\dots [{}^0\wedge [{}^0\forall \lambda x [{}^0= [s x p] p]] [{}^0\forall \lambda xy [{}^0= [s x [qy]][r [s x y] x] \dots \dots \dots]],$$

tj. procedurou, která konstruuje množinu takových čtveřic objektů, jejichž první člen je číslo, druhý jednomístná funkce nad čísly a třetí a čtvrtý člen jsou dvoumístné funkce nad čísly, a které splňují axiomy Robinsonovy aritmetiky, kde mimologické konstanty jsou nahrazeny proměnnými příslušných typů. Je jasné, že jednou z takovýchto čtveřic je čtveřice

$$\langle \text{nula, následník, operace sčítání, operace násobení} \rangle.$$

Pokud se termín *implicitní definice* chápe jinak, tj. tak, že mimologické konstanty (?) v axiómech jsou těmito axiómy definovány, musíme takovou teorii implicitních definic odmítnout.

9. Vlastnosti pojmových systémů.

Na příkladech malých, 'laboratorních' pojmových systémů si ukážeme některé jejich teoreticky podstatné a potenciálně užitečné vlastnosti a vztahy.

S1

$$\mathbf{M4} = \{^0\wedge, ^0\supset, ^0\neg, ^0\forall, ^0\text{M(už)}, ^0\text{R(odič)}\}$$

S2

$$\mathbf{M4} = \{^0\wedge, ^0\neg, ^0\forall, ^0\text{M(už)}, ^0\text{R(odič)}\}$$

S3

$$\mathbf{M4} = \{^0\wedge, ^0\neg, ^0\forall, ^0\text{M(už)}, ^0\text{R(odič)}, ^0\text{Př(edek)}\}$$

S4

$$\mathbf{M4} = \{^0\wedge, ^0\text{I}, ^0\neg, ^0\forall, ^0\text{M(už)}, ^0\text{R(odič)}, ^0\text{Př(edek)}\}$$

Nyní nadefinujeme několik vlastností/vztahů.¹⁴

Definice (*identifikace objektu pojmovým systémem*)

Pojmový systém S *identifikuje objekt* A , jestliže některý z prvků $\mathbf{M4}$ nebo $\mathbf{M5}$ systému S konstruuje A .

Definice (*být (silně) slabší*)

Pojmový systém $S1$ je (*silně*) *slabší než* pojmový systém $S2$, jestliže oblast $S1$ je (vlastní) podmnožinou oblasti $S2$.

Definice (*být (vlastní) částí*)

Pojmový systém $S1$ je (*vlastní*)*částí* pojmového systému $S2$, jestliže $\mathbf{M4}_{S1}$ je (vlastní) podmnožinou $\mathbf{M4}_{S2}$.

Definice (*ekvivalence pojmových systémů*)

Pojmový systém $S1$ je *ekvivalentní* pojmovému systému $S2$, jestliže oblast $S1$ je totožná s oblastí $S2$.

Definice (*závislost pojmu*)

Pojem $C1$ je *závislý* na pojmu $C2$, jestliže nějaký podpojem pojmu $C2$ je podpojem $C1$.

Definice (*nezávislost pojmového systému*)

Pojmový systém S je *nezávislý*, jestliže žádný prvek C množiny $\mathbf{M4}_S$ nekonstruuje též objekt jako nějaký prvek $\mathbf{M5}_S$ *nezávislý* na C .

Příklady:

$S2$ je vlastní částí $S1$, $S3$ a $S4$.

¹⁴ Vlastností/vztahem zde nemyslíme empirické vlastnosti. Fakticky jde o množiny/relace.

S1 i S2 jsou silně slabší než S3 a S4.

S1 je ekvivalentní S2.

S2 je a S1 není nezávislý.

S3 je a S4 není nezávislý.

Poznámka: Platí sice, že prvek ${}^0\neg$ množiny $\mathbf{M4}_{S2}$ konstruuje týž objekt jako prvek $\lambda p[{}^0\neg[{}^0\neg[{}^0\neg[{}^0\neg p]]]]$ množiny $\mathbf{M5}_{S2}$, ale ten není nezávislý na ${}^0\neg$.

Tvrzení

V každém pojmovém systému je množina $\mathbf{M5}$ jednoznačně určena množinou $\mathbf{M4}$.

Tvrzení

Pro každé pojmové systémy S a S' platí: Jestliže $\mathbf{M4}_S \subseteq \mathbf{M4}_{S'}$, pak $\mathbf{M5}_S \subseteq \mathbf{M5}_{S'}$.

(Tato tvrzení jsou jednoduchými důsledky definic.)

Tvrzení

Jestliže pojmový systém S je vlastní částí pojmového systému S' a systém S' je nezávislý, pak S je silně slabší než S' .

Důkaz:

S je vlastní částí S' , tedy $\mathbf{M4}_{S'}$ obsahuje pojem C , který není prvkem $\mathbf{M4}_S$. Protože S' je nezávislý, nekonstruuje C žádný objekt, který by byl konstruován prvky $\mathbf{M5}_{S'}$ nezávislými na C , a tedy ani který by byl konstruován prvky $\mathbf{M5}_S$ (viz předchozí tvrzení). Protože C je jednoduchý pojem, nemůže být (striktně) prázdný, a konstruuje proto nový objekt, který je mimo oblast S . QED.

Tedy:

S2 není silně slabší než S1 (neboť S1 není nezávislý).

Všimněme si, že i když logicko-matematická část množiny $\mathbf{M4}$ E-systémů sama o sobě nemůže identifikovat žádné intenze, ve spojení s empirickými pojmy z $\mathbf{M4}$ umožňuje konstruovat nové intenze a rozšiřovat tak původní oblast. Tak přidáním logického pojmu 0t (singularizátoru, typy $(t(ot))$, $((ot)(o(ot)))^{15}$) do S2 získáme možnost definovat objekty *otec* ($(t(ot)_{\tau\omega})$) a *předek* ($(t((ot)t))$).

Řekli jsme „definovat objekty“. Pojmový systém identifikuje objekty dvojitým způsobem: prvky množiny $\mathbf{M4}$ to umožňují přímo, prvky $\mathbf{M5}$ pak objekty *definují*. Dostáváme se k pojmu *ontologické definice*.

10. Ontologická definice

Nejjednodušší *verbální definice* má následující tvar:

$$X = \Phi(Y_1, \dots, Y_m),$$

kde X je jednoduchý výraz, který před zavedením definice byl pouhým symbolem bez jakéhokoli významu/denotátu, a pravá strana rovnosti je složený výraz obsahující pouze

¹⁵ a další: jde o běžný jev *typové víceznačnosti*, podobně u kvantifikátorů. Přesně vzato bychom měli opatřovat příslušné pojmy rozlišujícími indexy.

takové smysluplné výrazy, které jsou v daném jazyku obdařeny významem. Levou stranu definiční rovnosti nazýváme *definiendum* („to, co má být definováno“), pravou stranu nazýváme *definiens* („to, co definuje“, „definující“). Např.:

prvočíslo = přirozené číslo, které je dělitelné přesně dvěma čísly

Z tohoto hlediska jde o zkratku: dohodli jsme se, že místo dlouhého výrazu na pravé straně budeme užívat krátký výraz, který bude znamenat totéž. (Výraz „prvočíslo“ před zavedením této definice nic neznamenal, neměl sémantiku.)

Takto ‘russellovsky’ chápaná moderní verbální definice je skutečně pouhou zkratkou. Levá strana obsahuje vedle nově zavedeného symbolu nejvýše pomocné znaky a proměnné. Kromě elementárních formálních požadavků a zákazu „kruhu v definici“ nic takovou definici neomezuje a definice sama není ani pravdivá ani nepravdivá: je to vlastně *norma*: Definiendum chápej ve smyslu definiens!

To, čemu v běžném životě říkáme *definice*, většinou definice není: Definiendum již nějaký význam má a definiens jen tento (většinou neurčitý) význam zpřesňuje – jde o tzv. *explikaci* v Carnapově smyslu.

Příklad explikace: Výraz „mechanická metoda“. Explikace „Turingův stroj“, „rekurzivní funkce“, „přepisovací systém (Post, Markov)“. Respektují kontexty, jsou přesné a plodné. Churchova *teze*, Turingova *teze*: nelze dokázat.

Explikace připomíná to, jak byla původně chápána definice (Aristotelés, ale dodnes tomistická filozofie): Definice měla nalézt *podstatu* toho, o čem mluví Definiendum.

(*Člověk* = rozumná bytost, *nikoli* dvounohá neopeřená bytost.)

Podstatou definice není však zavedení zkratky ani zpřesnění. Ukážeme to na následujícím příkladu:

Funkce, která každému reálnému číslu m přiřadí přirozená čísla menší než m .

Jistě řekneme, že jsme *definovali* určitou funkci. Ale kde je definiendum?

Analyzujme tento definující výraz ($\mathbb{N}/(\sigma\tau)$, přirozené číslo, $x, y \rightarrow \tau$):

$$\lambda x \lambda y [{}^0 \wedge [{}^0 \mathbb{N}y][{}^0 < y x]].$$

Tato konstrukce je prvkem **M5** takových pojmových systémů, jejichž **M4** obsahuje pojmy ${}^0 \wedge$, ${}^0 \mathbb{N}$ a ${}^0 <$. Můžeme generalizovat: V každém pojmovém systému prvky **M5**, tj. složené pojmy, *definují* objekty, pokud nejsou striktně prázdné.

Definice (*ontologická definice*)

Každý složený pojem, pokud není striktně prázdný, je *ontologická definice*.

Vztah mezi verbální a ontologickou definicí:

1. Verbální definice je jazykový výraz, ontologická definice je pojem, a tedy mimojazyková procedura.
2. Optimální analýzou (viz LANL I, Parmenidův princip) definiens verbální definice (v rovnostním tvaru) získáme ontologickou definici.

Aby verbální definice fungovala, musí definiens obsahovat výhradně ty výrazy, které jsou v daném jazyku již smysluplné (tj. obdařeny významem). Mějme ontologickou definici

s podpojmy ${}^0X_1, \dots, {}^0X_m$. Objekt konstruovaný touto definicí nemůžeme poznat, pokud aspoň jeden z pojmů ${}^0X_1, \dots, {}^0X_m$ neznáme.

Pokud byly/jsou naše analýzy prováděny tak, že jednoduchým výrazům přiřadíme jednoduché pojmy, jsou přijatelné vzhledem k předpokládanému pojmovému systému, který příslušné jednoduché pojmy obsahuje (v M4).

11. Jazyky a pojmové systémy. Synchronický pohled. Diachronický pohled. Podstatné a nepodstatné rozšíření oblasti pojmového systému.

LAPJ je možná za předpokladu, že existuje jazyková konvence, která obdařila výrazy daného jazyka významy a že tuto konvenci předpokládáme a nezpochybňujeme. Z tohoto hlediska jsou významy výrazů dány *a priori*, tj. nezávisle na mimojazykové zkušenosti, tj. na stavu světa v daném okamžiku. Co na tomto stavu světa závislé je, není význam ani denotát, nýbrž – v případě empirických výrazů – reference.

To znamená, že např. pojem vyjádřený větou *Dnes papež odjíždí do Turecka*¹⁶ je dán nezávisle na stavu světa v daném okamžiku, že propozice tou větou označená je dána jednou provždy jako funkce z možných světů a časů do pravdivostních hodnot – opět nezávisle na stavu světa v daném okamžiku – a že pouze reference, tj. pravdivostní hodnota této propozice závisí na „okolnostech“.

To je zřejmé: pojem jakožto procedura zásadně odvoditelná ze struktury výrazu je dán kroky naprosto nezávislými na empirických faktech – ať je např. papežem kdokoli, pojem prostě navádí na identifikaci papeže v daném světě a čase (vykonání té identifikace je ovšem empirická procedura, na jejímž výsledku pojem není závislý). Podobně příslušná propozice je prostě funkce, která nabývá pravdivostních hodnot v závislosti na stavu světa v daném okamžiku, avšak sama je na tomto stavu zcela nezávislá. Co je ovlivněno stavem světa a co tedy nemůže být věcí LANL, je pouze reference, v našem případě pravdivostní hodnota.

Může však vzniknout námitka: věta může být stejná, ale bude mít jiný význam a/nebo denotát. Jako realističtější příklad zvolíme větu

Velryby jsou velké ryby.

Pojem vyjádřený touto větou je pochopitelně závislý na pojmech vyjádřených jednotlivými složkami této věty, ale např. pojmy identifikující vlastnost být velrybou jsou různé – jeden navádí k vyhledání ryby s určitými vlastnostmi, druhý hledá velryby mezi savci. Naše věta má tedy přinejmenším dva významy. A ovšem v důsledku toho jsou zde alespoň dvě propozice, z nichž jedna nabývá v daném světě jiné pravdivostní hodnoty než druhá. Jak je tomu tedy s relativně jednoznačným výsledkem optimální analýzy?¹⁷

Kdybychom připustili, že jeden a týž výraz můžeme analyzovat různými, i vzájemně neslučitelnými způsoby, vedla by LAPJ k nekončící sérii kontradikcí. Řešení je však jednoduché: chápeme-li jazykový výraz jako jednotu „semivýrazu“ a významu, pak semi-výraz „velryba“ je spojen alespoň s dvěma významy, takže jde o dva různé jazykové výrazy. Toto konstatování má zásadní důležitost ne tak v souvislosti s jevem homonymie jako v souvislosti s faktem, že každý přirozený jazyk se vyvíjí, mění.

¹⁶ Analýza vyžaduje znalost řešení analýzy gramatických časů.

¹⁷ Vzhledem k existenci homonym musíme ovšem počítat s desambiguací daného jazyka.

LAPJ nemá za úkol a ani nemůže studovat empirický jev vývoje jazyka. Jakožto soubor určitých principů a metod může být aplikován na odhalování logických struktur daného jazyka v určité stabilní fázi jeho vývoje. Tento *synchronický* pohled nebere v úvahu změny v přiřazování pojmů výrazům, k nimž může docházet při *diachronickém* pohledu. Přesto lze metodu LAPJ uplatnit i při diachronickém pohledu: nepůjde samozřejmě o empirický popis a kauzální úvahy, nýbrž o možné důsledky vývoje jazyka pro vztahy mezi příslušnými pojmovými systémy. Exemplifikace bude vždy jen „laboratorní“, hypotetická, nikdy nebude empiricky doložitelná, což neznamená nemožnost aplikace na empiricky doložitelné případy.

Definiční (konservativní) model vývoje jazyka.

Předpokládejme, že daný jazyk je založen na určitém pojmovém systému **S**. Budeme uvažovat takovýto jazyk L_S . Definiční vývoj tohoto jazyka je takový, že **S** se nemění. Induktivně lze definiční model vývoje jazyka L_S definovat následovně:

Definice (*definiční vývoj jazyka*)

- i) L_{S_0} je jazyk s dvěma vlastnostmi:
 - a) Jednojednoznačná funkce přiřazuje každému jednoduchému smysluplnému výrazu prvek **M4** tohoto jazyka.
 - b) Gramatická pravidla umožňují zakódovat kompozice a uzávěry nad **M4**.
- ii) L_{S_n} se liší od $L_{S_{n-1}}$ pouze tím, že obsahuje konečný počet verbálních definic tvaru

$$X = \Phi(Y_{i1}, \dots, Y_{ik}),$$
 kde X je nový jednoduchý výraz (tj. nevyskytující se v žádném L_{S_m} pro $m < n$ a Y_{ij} se vyskytují v $L_{S_{n-1}}$.

Je zřejmé, že během takového vývoje jazyka pojmový systém se nemění a nová stadia jazyka se vyznačují přibývajícím počtem zkratk, takže oproti stadiu L_{S_0} *jednoduchým výrazům již neodpovídají jednoduché pojmy*.

Z tohoto 'laboratorního' příkladu si můžeme odnést následující poučení: Provádíme-li 'parmenidovsky' analýzu výrazů daného jazyka, víme, že čím podrobnější analýza, tím více možností dedukce získáváme. Nebudeme tedy porušovat Parmenidův princip, když jednoduché podvýrazy daného výrazu budeme pokládat za zkratky a nahradíme je proto složeným výrazem, který můžeme důvodně pokládat za definiens definice, která tuto zkratku zavedla.

Příklad:

$M4_S$ obsahuje vedle potřebných logických pojmů pojmy

${}^0M(už) \rightarrow (ou)_{\tau\omega}$, ${}^0R(odič) \rightarrow (ou)_{\tau\omega}$, ${}^0Ch(oť) \rightarrow (u)_{\tau\omega}$ ¹⁸.

L_S obsahuje jako jednoduché výrazy např. *sestra*, *švagr*. Provedme analýzu věty

Je-li X sestrou Y, pak někdo je zároveň rodičem X i Y.

Budeme se domnívat, že $M4$ byla obohacena o jednoduchý pojem ${}^0S(\text{sestra}) \rightarrow (ou)_{\tau\omega}$ a navrhne analýzu

$$\lambda w \lambda t [{}^0\forall \lambda xy [{}^0\supset [{}^0S_{wt} x y][{}^0\exists \lambda z [{}^0\wedge [{}^0R_{wt} z x][{}^0R_{wt} z y]]]]]$$

¹⁸ Ve smyslu anglického 'spouse', tj. bez ohledu na pohlaví

Tato analýza není v pořádku: bude sice konstruovat propozici, která bude pravdivá ve všech světech-časech, ale tento fakt bude tvarem konstrukce zakryt: příslušná logická forma bude

$$LF \quad \lambda_w \lambda_t [^0 \forall \lambda_{xy} [^0 \supset [X_{wt} x y] [^0 \exists \lambda_z [^0 \wedge [Y_{wt} z x] [Y_{wt} zy]]]]],$$

kde X, Y jsou proměnné, obě $\rightarrow (ou)_{\tau\omega}$. Na této logické formě nic nenasvědčuje tomu, že by měla platit ve všech světech-časech.

Avšak my můžeme směle předpokládat, že L_S obsahuje verbální definici

x je Sestra y = x je sourozenec y, x je žena

a také

x je Sourozenec y = někdo je rodič x i rodič y

a konečně

x je Žena = x není muž

Tento definiční řetězec umožní substituci do první definice:

x je Sestra y = někdo je rodič x i rodič y a x není muž

Analýza definiens dává

$$\lambda_w \lambda_t [^0 \exists \lambda_z [^0 \wedge [^0 \wedge [^0 R_{wt} z x] [^0 R_{wt} z y]] [^0 \neg [^0 M_{wt} x]]]]$$

Logická forma je pak

$$LF' \quad \lambda_w \lambda_t [^0 \exists \lambda_z [^0 \wedge [^0 \wedge [X_{wt} z x] [X_{wt} z y]] [^0 \neg [Y_{wt} x]]]]$$

Dosadíme-li nyní v LF za $[X_{wt} x y]$ konstrukci $[^0 \exists \lambda_z [^0 \wedge [^0 \wedge [X_{wt} z x] [X_{wt} z y]] [^0 \neg [Y_w \text{ Bace}$

$Loc \text{ Lok}$

$z x]]]$,
a přejmenujeme – protože musíme – ve výsledku poslední dva výskyty Y na výskyty X, je výsledná logická forma formou, která v každém světě-čase *dokazatelně* konstruuje stejnou pravdivostní hodnotu.

Podobný výsledek dostaneme, když analyzujeme větu

Nemá-li někdo chotě ani sourozence, nemá ani švagra.

(Dobrý příklad na procvičení.)

Pro definiční vývoj jazyka je příznačné, že se nemění pojmový systém, a tedy ani oblast tohoto systému. Zajímavějším případem vývoje jazyka je ovšem ten, kdy se mění pojmový systém, a tedy i oblast.

Podstatné a nepodstatné rozšíření jazyka

Toto rozlišení má smysl pouze v případě, že jde o empirický jazyk, tj. takový, který je založen na E-systému.

Nechť S je E-systém. Tu podmnožinu M_{4S} , která obsahuje logické a/nebo matematické pojmy, nazveme (její) *LM-části*, její doplněk pak nazveme *E-části*.

Definice (*nepodstatné rozšíření jazyka*)

Jazyk L' je *nepodstatným rozšířením* jazyka L , jestliže LM-část množiny M_{4L} je vlastní podmnožinou LM-části $M_{4L'}$ a E-část $M_{4L} = E$ -část $M_{4L'}$.

Definice (podstatné rozšíření jazyka)

Jazyk L' je *podstatným rozšířením* jazyka L , jestliže LM-část množiny M_{4L} je podmnožinou LM-části $M_{4L'}$ a E-část M_{4L} je vlastní podmnožinou E-části $M_{4L'}$.

Jak v případě nepodstatného, tak v případě podstatného rozšíření jazyka dochází k rozšíření oblasti pojmového systému.

Příklad

Nechť M_{4L} obsahuje pojmy ${}^0M(\text{už}) \rightarrow (o\text{u})_{\tau\omega}$, ${}^0R(\text{odič}) \rightarrow (o\text{u})_{\tau\omega}$, ${}^0Ch(\text{ot'}) \rightarrow (u\text{u})_{\tau\omega}$ (E-část) a logické pojmy s výjimkou ${}^0\neg$ a ${}^0\exists$. Nechť $M_{4L'}$ se liší od M_{4L} jen tím, že v LM-části obsahuje také tyto dva logické pojmy. Oblast pojmového systému jazyka L' se oproti oblasti pojmového systému jazyka L zvětšila: např. o vlastnost být ženou, vztah být matkou, sestrou atd., a také o nekonečné množství propozic.

Rozšíříme-li E-část $M_{4L'}$ o 0 Předek, dostaneme podstatné rozšíření jazyka L' , ale musíme si uvědomit, že to je sice bez velkého problému v případě, že L neobsahuje pojem singularizátoru ${}^0\iota$, ale jestliže LM-část L' tento pojem obsahuje, pak přidáním pojmu 0 Předek dostaneme systém, který nebude nezávislý. (*Dokažte!*)

Náš příklad také ukazuje, že mohou nastat případy, kdy nepodstatné rozšíření jazyka je 'průhlednější' než jeho podstatné rozšíření. Zde: Nechť L neumožňuje vazby jako „to jediné x takové, že...“ a nemůže mluvit o předcích (obecně), tedy M_{4L} neobsahuje ${}^0\iota$ ani 0 Předek. Nechť nepodstatné rozšíření L' jazyka L napravuje první nedostatek a podstatné rozšíření L'' druhý, tj. $M_{4L'}$ obsahuje navíc ${}^0\iota$ a $M_{4L''}$ obsahuje navíc 0 Předek.. V L'' můžeme mluvit o předkovi, ale příslušná logická analýza nedokáže odhalit logické vlastnosti a vztahy v řadě případů, kde tyto vlastnosti a vztahy jsou odhalitelné na základě L' . Z definice objektu *být předek* v L' , tj. v $M_{5L'}$, tedy

$$\lambda w \lambda t [\lambda x [{}^0\iota \lambda c [{}^0\wedge [{}^0\forall \lambda y [{}^0\supset [{}^0R_{wt} y x][c y]] [{}^0\forall \lambda uv [{}^0\supset [c u][{}^0\supset [{}^0R_{wt} v u][c v]]]]]]]]]]]$$

poznáme, že věta "Každý předek je rodič" je logicky pravdivá. Z hlediska L'' je tato věta analytická, ne však logicky pravdivá.

12. Pojem jako problém. Expresivnost pojmového systému

Každý skutečný problém dostupný z jazyka L lze vyjádřit nějakým složeným výrazem jazyka L . Významem tohoto výrazu je pak složený pojem (ontologická definice!), tj. prvek M_{5L} .

Každému problému můžeme tedy přiřadit určitý pojem. Navíc každý složený pojem můžeme chápat jako problém. 'Velkým', závažným problémům budou odpovídat velmi složité pojmy, některým složeným pojům budou odpovídat velice jednoduché problémy.

V následujících úvahách budeme předpokládat, že příslušný pojmový systém (tj. pojmový systém umožňující formulovat daný problém) je dán.

A. Matematické pojmy

Budeme formulovat některé problémy matematického charakteru. (Viz úvahy A. Kolmogorova ve stati „Zur Deutung der intuitionistischen Logik“, *Mathematische Zeitschrift* 35, 1932, 58-65.)

1. $3 + 5$
2. $3 + 5 = 8$, $3 + 5 = 7$,
3. Nalézt přirozená čísla x, y, z, n , pro něž platí relace $x^n + y^n = z^n$
4. Platí Fermatův teorém?
5. Nalézt kořeny rovnice $ax^2 + bx + c = 0$
6. Nalézt kořeny rovnice $7x^2 + 8x + 1 = 0$

Pojem odpovídající 1. je (za předpokladu jednoduchosti příslušných podpojmů, viz předchozí pasáže o pojmových systémech) $[^0+ \ ^03 \ ^05]$

(nebo, chcete-li, vyjdeme-li z primitivních pojmů 00 a 0S (následník))

$[^0+ [^0S[^0S[^0S^00]]] [^0S[^0S[^0S[^0S^00]]]]]$. Jde evidentně o velice jednoduchý, banální problém “Kolik je $3 + 5$?”

Pojmy odpovídající 2. jsou analogicky banální. Verbální vyjádření: “Je pravda, že...?”

Všimněme si, že problémy, které bychom chápali jako jednoduché, lze reprezentovat prostě tázací větou.

Dále: Pojem chápeme jako proceduru. Poněkud zjednodušeně můžeme říci, že pokud pojem chápeme jako problém, pak jde o to zjistit, co je výsledkem té procedury.

K pojmům-problémům odpovídajícím 4 a 5: dohodněme se, že zápisem $x^n + y^n = z^n$ budeme nahrazovat konstrukci $[^0= [^0+ [^0Exp \ x \ n][^0Exp \ y \ n]][^0Exp \ z \ n]]$. Nechť dále proměnné v -konstruuji přirozená čísla. Pak problém v 3. je dán pojmem

$\lambda xyzn [x^n + y^n = z^n]$.

Zobecníme-li částečný kvantifikátor tak, že \exists^4 bude třída neprázdných čtyřčlenných relací přirozených čísel, tedy $\exists^4 / ((o(ovvv)))$, pak jistě platí¹⁹

$[^0\exists \lambda xyzn [x^n + y^n = z^n]]$.

Tento pojem je problém, zda existuje čtveřice přirozených čísel splňující podmínku 4.

Na problému sub 5 si ukážeme důležitou vlastnost, které některé pojmy mají a některé (většina) ne.

Fermatův teorém (Fermatovu poslední hypotézu, Fermatův poslední teorém, FLT) analyzujeme takto:

(FLT) $[^0\forall \lambda xyzn [^0\supset [^0> \ n \ ^02] [^0\lnot [x^n + y^n = z^n]]]]$.

Zde si všimněme zásadního rozdílu mezi pojmem-problémem (FLT) a pojmem-problémem

(Rek) $\lambda xyzn [^0\supset [^0> \ n \ ^02] [^0\lnot [x^n + y^n = z^n]]]$.

¹⁹ Řekneme-li o konstrukci C, která konstruuje pravdivostní hodnoty, že platí, je to zkratka za přesnější „C konstruuje pravdivostní hodnotu P“.

V případě (Rek) pracuje procedura tak, že pro jakoukoli čtveřici přirozených čísel konečným počtem kroků rozhodne, zda do té relace patří. Jde o rekurzivní (dokonce primitivně rekurzivní) proceduru. Jinak je tomu v případě (FLT). Takto zadaná procedura vyžaduje projít (spočetně) nekonečně mnoho čtveřic, což znamená, že odpověď „ano“ či „ne“ neobdržíme po konečném počtu kroků.

Přesto byl problém č.5 vyřešen (pozitivně). K řešení se ovšem nedošlo uplatněním procedury (FLT), nýbrž sofistikovanou metodou, která angažovala řadu pojmů moderní matematiky (a byla realizovatelná jen díky komputelizaci). Máme zde reálný příklad využití důležitého principu klasicky formulovatelného následovně:

Nechť Φ je rekurzivní funkce, tj. funkce, k jejímuž vyčíslení existuje efektivní metoda (algoritmus). Nechť C je (abstraktní) procedura (tedy pojem), která konstruuje Φ neefektivně, tj. C nechť není algoritmus. Pak existuje pojem C^{alg} , který je algoritmický a je ekvivalentní pojmu C .

Princip je triviálně platný díky předpokladu, že Φ je rekurzivní funkce a že pojmy jsou objektivní procedury, tj. nezávislé na tom, zda je známe.

Všechny zajímavé matematické problémy jsou *hromadné*. Jde v nich o určení hodnoty funkce definované na nekonečné množině. Za řešení těchto problémů nepokládáme odpověď, resp. množinu hodnot pro jednotlivé vstupy, nýbrž *algoritmus*, který k těmto výsledkům vede. Z toho vyplývá, že většina možných matematických hromadných problémů nemá řešení v tomto smyslu.

Z hlediska TIL jsou všechny objekty typů prvního řádu, o nichž můžeme mluvit, modelovány jako funkce²⁰. Protože nerekurzivních funkcí je více než rekurzivních, je více nealgoritmických pojmů-problémů více než algoritmických. (to se týká nejen matematických pojmů. Ostatně empirické pojmy jsou zřejmě vždy nealgoritmické.

Uvažujme matematický pojmový systém S . Je zřejmé, že S umožňuje formulovat přesně ty problémy, které jsou dány prvky $M5_S$.

Definice (expresivnost M-systémů)

M-systém S je *stejně expresivní jako* M-systém S' , jestliže

$$M5_S = M5_{S'}$$

M-systém S je *expresivnější než* M-systém S' , jestliže $M5_{S'} \subset M5_S$.

Příklad:

Systém S daný primitivními pojmy $(M4)^{0=, 00, 0S, 0+, 0*}$ (násobení) s typy nad v a o ($M1$) je expresivnější než systém S' , jehož $M4$ neobsahuje 0^* a jinak je stejná.

B. Empirické pojmy

Jestliže problém reprezentovaný matematickým pojmem v podstatě spočíval v zjišťování, co je konstruováno, v případě empirických pojmů je problém rovněž zadán konstrukcí, ale za řešení problému nepokládáme intenzi takto konstruovanou, nýbrž nalezení empirických postupů, které odhalí hodnotu dané intenze v aktuálním světě-čase.

²⁰ I objekty typu ι či τ jsou nulární funkce.

Příklad:

Velice zjednodušený příklad problému prognózy: Nechť Pl je určité nebeské těleso (určitá planetka apod.), Pl / t_{τ_0} , Země budiž Z / t_{τ_0} , Trajektorie, $Tr / ((\tau\tau\tau)t)_{\tau_0}$, nechť je empirická funkce, která každému světu-času přiřadí funkci od individuí k funkci, která každému prostorovému bodu, reprezentovanému trojicí souřadnic, přiřadí čas, v němž se dané individuum nachází v tom bodě. Empirický pojem

$$\lambda_w \lambda_t [\lambda t' [^0\exists \lambda xyz [^0\wedge [^0= t' [[^0Tr_{wt} \ ^0Pl_{wt}]xyz]] [^0= t' [[^0Tr_{wt} \ ^0Z_{wt}]xyz]]]]]$$

Tento pojem konstruuje vlastnost časových okamžiků: tu vlastnost mají ty okamžiky, ve kterých se trajektorie Země bude protínat s trajektorií tělesa Pl . Konstrukce této vlastnosti je to, co bychom mohli nazvat významem *formulace (empirického) problému*.

Tím, že jsme tuto vlastnost zkonstruovali, však – na rozdíl od matematických problémů – není ještě dáno řešení problému. Empirický problém-pojem znamená, že problém chápeme.

Vlastní řešení začíná tehdy, když od uvedené vlastnosti časových okamžiků přejdeme k *třídě* okamžiků, což je hodnota té vlastnosti v aktuálním světě-čase a co tedy nemůže být odhaleno logickou analýzou. Ta však byla nutná: abychom mohli přistoupit k empirickým postupům, jejichž výsledkem bude ta třída časových okamžiků, kdy bude docházet k protínání obou trajektorií, musíme rozumět zúčastněným pojmům. V našem zjednodušeném případě to znamená dovést identifikovat ($Zemi$ i) příslušné nebeské těleso, vědět, co je to trajektorie (vidíme, že to bude těžko jednoduchý, a tedy primitivní pojem²¹), a ovšem ovládat logické pojmy.

Ve skutečnosti k výpočtu trajektorie nestačí znát individuum s rolí Země a individuum s rolí Pl (planetka): tato individua musí být reprezentována určitými charakteristikami, které slouží jako vstupní data pro výpočet. Zásadně platí, že pojem definující náš empirický problém je konstrukce funkce, která pro dané parametry (výchozí charakteristiku Země, resp. Planetky) vrací jako hodnotu prognózu okamžiků, ve kterých se příslušné trajektorie setkají. Je-li definována patřičná aproximace a funkce je rekurzivní, můžeme problém chápat jako příslušný pojem vyjádřitelný verbálně a mající povahu programu (algoritmu).

Za řešení empirického problému můžeme pokládat buď nalezení empirické metody, která od zadání problému – tj. od příslušné konstrukce intenze – povede k hodnotě označené intenze v aktuálním světě-čase, anebo přímo tuto hodnotu. V našem příkladě první pojetí řešení znamená, že za řešení budeme pokládat 'recept' na výpočet průsečíků obou trajektorií, recept, který je závislý na 'sondách' do reality v podobě měření apod., v druhém pojetí pak bude řešením až seznam časových okamžiků, v nichž dochází k průsečíku trajektorií.

Označíme tu podmnožinu dané množiny $M5_s$, jejímiž prvky jsou empirické pojmy, jako $M5_{s_{emp}}$. Můžeme nyní definovat expresivnost empirických pojmových systémů.

Definice (expresivnost E-systémů)

E-systém S je *stejně expresivní jako* E-systém S' , jestliže

$$M5_{S_{emp}} = M5_{S'_{emp}}$$

E-systém S je expresivnější než E-systém S' , jestliže

²¹ Abychom mohli vypočítat trajektorii, musíme zřejmě mít k dispozici její definici na základě pojmů, které ovládáme. Můžeme část práce přesunout na počítač: je myslitelný *program* TRAJEKTORIE, což je z našeho hlediska vlastně právě jeden z pojmů trajektorie.

$M5_{S' emp} \subset M5_{S emp}$.

Příklad:

Systémy **S4** i **S3** z kapitoly 8 jsou jistě expresivnější než systém **S1** nebo **S2**.

Tvrzení

Je-li empirický pojmový systém **S** expresivnější než empirický pojmový systém **S'**, pak je-li **S** nezávislý, je **S'** silně slabší než **S**.

Důkaz:

Podle předpokladu obsahuje $M5_{S emp}$ aspoň jeden složený pojem/problém **C**, který není prvkem $M5_{S' emp}$. Vzhledem k nezávislosti **S** definuje **C** nějaký objekt, který není definován v **S'**.

Problém nesouměřitelnosti (incommensurability)

Aplikace pojmu expresivity na vývoj jazyka je bezproblémová, jestliže je možno sledovat vývoj daného jazyka z hlediska inkluze množiny složených pojmů v jiné množině složených pojmů. To je představitelné, když jde o vývoj speciálního jazyka fyziky, chemie, sociologie apod.. Konfrontujme nyní vývoj jazyka chemie a jazyka biologie. Vývoj jazyka chemie lze chápat jako nahrazování **M5** jazyka jednoho stadia chemie množinou **M5** jazyka dalšího stadia chemie. Můžeme však porovnávat expresivnost dvou pojmových systémů, jednoho, který je podkladem chemie, a druhého, který je podkladem biologie?

Verbálně: Pojmový systém **S** je expresivnější než pojmový systém **S'**, jestliže umožňuje formulovat všechny problémy formulovatelné v **S'** a navíc některé další.

Pojem nesouměřitelnosti zavedl Thomas Kuhn v práci *The Structure of Scientific Revolutions* (Chicago UP 1962). V práci jde o to, že vývoj věd neprobíhá pouhou kumulací poznatků: vždy po jisté době dochází k tzv. *změně paradigmatu*, což má za následek mj., že některým výrazům, jejichž semivýraz zůstává stejný, je přiřazen jiný význam / pojem. V důsledku toho vzniká zásadní problém, že totiž nemůžeme posoudit, zda nové stadium vědy řeší problémy formulované ve starém, 'předrevolučním' stadiu. Běžně je toto tvrzení nesouměřitelnosti ilustrováno na příkladech zřejmé změny paradigmatu, jakou byl např. přechod od Newtonské fyziky k fyzice relativistické nebo kvantové. Pojmy spojené s výrazy jako *čas, prostor, současnost, masa, síla* apod. byly nahrazeny jinými, takže tvrzení Newtonské fyziky, která užívala 'staré' pojmy, přestala být pravdivá, jakmile příslušné výrazy byly přeinterpretovány. (To ovšem neznamená, že se *změnily* ('vyvinuly') *pojmy* !)

Problémy tohoto druhu souvisejí s obecným problémem *přeložitelnosti* z jednoho systému do druhého.

V jednoduché podobě můžeme problém ilustrovat takto:

Mějme dva jednoduché jazyky **L1** a **L2**. Překlad části slovníků:

L1		L2	
bink	les listnatý nebo jehličnatý	cink	listnatý les
bace	mít stejný povrch jako	cank	jehličnatý les
Loc	lokalita A	bace	mít stejný povrch jako
Lok	lokalita B	Loc	lokalita A
E	ne	Lok	lokalita B
		E	ne

L2 se vyvinul z **L1**, část překladového slovníku z **L1** do **L2**:

bink cink / cank

Nechť lokalita A je porostlá listnatým lesem a lokalita B jehličnatým lesem. Za předpokladu průzračné syntaxe obou jazyků můžeme formulovat věty

L1

Bink Loc

Bink Lok

Bace Loc Lok (Vyplývá ze sémantiky 'bace' a 'bink')

L2

Cink Loc

E cink Lok

E bace Loc Lok (Vyplývá ze sémantiky 'bace', 'cink' a 'cank')

Skutečnost je stejná v případě použití **L1** i **L2**. Znamená to, že popis této skutečnosti jazykem **L2** je revizí nepravdivého popisu v **L1**? Nebo jde o to, že došlo ke zjemnění jazyka díky přechodu na jiný pojmový systém? Je věta 'Bace Loc Lok' v jazyce **L1** nepravdivá? A označuje věta 'Bace Loc Lok' v **L1** stejnou propozici jako věta 'Bace Loc Lok' v **L2**?

Jednosměrnost překladu z **L1** do **L2**, tj. nemožnost překladu z **L2** do **L1**, se projeví např. v tom, že z vět (v české verzi)

Celkem je m povrchů cink.

Celkem je k povrchů cank.

$m + k = n$

vyvodíme

Celkem je n povrchů bink.

kdežto z věty, která tvrdí, že je n povrchů bink, nelze odvodit nic o počtu povrchů cink a cank.

Appendix. *Empirická závislost pojmů*

Definice (*Podpojem*)

Pojem je *podpojem* pojmu C , jestliže D je konstituenta C .

Definice (*Empirický obsah*)

Empirický obsah pojmu C (EC_C) je množina empirických podpojmů C .

Definice (závislé a srovnatelné pojmy)

Pojem C je *závislý na* pojmu C' , jestliže $EC_{C'} \subset EC_C$.

Pojem C je *srovnatelný* s pojmem C' , jestliže $EC_C \cap EC_{C'} \neq \emptyset$.

Dokazatelné důsledky:

- i) Je-li C závislý na C' , pak C a C' jsou slučitelné. (Ne naopak.)
- ii) Všechny prvky **M5** jsou závislé na některém prvku **M4**.
- iii) Každý prvek **M5_s** je slučitelný s některými dalšími prvky **M5_s**.
- iv) Žádný prvek **M4** není závislý na nějakém jiném pojmu.
- v) Každý prvek **M4** je srovnatelný s nějakými prvky **M5**.
- vi) Žádný prvek **M4** není srovnatelný s jiným jednoduchým pojmem.
- vii) Závislost je antisymetrická, proto indukuje částečné uspořádání pojmů
- viii) Srovnatelnost je reflexivní, symetrická, ale ne tranzitivní.

Ad vii): Platí tedy $\forall (c, c')$ jsou proměnné):

$$\forall c c' (EC_c = EC_{c'} \supset c = c')$$

Mohl by se namítnout (v Bolzanově stylu), že protipříkladem jsou pojmy

OTEC_MATKY a MATKA_OTCE, což jsou různé pojmy i při stejném empirickém obsahu. Rovnost obou empirických obsahů by však platila jen tehdy, kdyby obsahovaly (jako zřejmě u Bolzana) jen jednoduché pojmy.

Zdrojem potíží při analýzách a převodu analytických pravd na logické pravdy je bod iv). Chtěli bychom totiž definovat, kdy je pojmový systém S' *dekompozicí* pojmového systému S : představu, že některé z prvků **M4_s** by byly závislé na prvcích **M4_s**, musíme opustit kvůli bodu iv). Řešení lze navrhnout takto: předpokládáme *ekvivalenci* jednoduchého pojmu se složeným. Potřebujeme tedy definici

Definice (zprostředkovaná závislost)

c je *zprostředkovaně závislý* (pojem) na c' , jestliže platí $\exists c''$ (c je ekvivalentní c'' a c'' je závislý pojem na c').

Nyní můžeme definovat dekompozici pojmového systému.

Definice (dekompozice)

Pojmový systém **S2** je *dekompozicí* pojmového systému **S1**, jestliže platí

$\exists c c'(c \in \mathbf{M4}_{S1} \wedge c \neq c' \wedge c' \in \mathbf{M4}_{S2} \cup \mathbf{M5}_{S2} \wedge c$ zprostředkovaně závisí na c').

Příklad:

S1 : {⁰otec, ⁰matka, ⁰syn, ⁰dcera, ⁰manžel, ⁰manželka, ⁰bratr, ⁰sestra }

Dekompozicí vzniká **S2** :

{⁰muž, ⁰rodič, ⁰choť}

Zde je splněna silnější podmínka než je určena definicí:

$\forall c (c \in \mathbf{M4}_{S1} \supset \exists c' (c \neq c' \wedge c' \in \mathbf{S2} \wedge c$ zprostředkovaně závisí na c').

Např. platí

$[^0\text{Ekvív} \text{ } ^{00}\text{otec } \lambda w \lambda t \lambda y \text{ } ^0\text{ } \iota \lambda x \text{ } [^0 \wedge [^0\text{rodič}_{wtxy}] [^0\text{muž}_{wtX}]]]$

a

$\lambda w \lambda t \lambda y \text{ } ^0\text{ } \iota \lambda x \text{ } [^0 \wedge [^0\text{rodič}_{wtxy}] [^0\text{muž}_{wtX}]]$

ovšem závisí na ⁰rodič a ⁰muž.

Dekompozice umožňuje odhalit, jak jsou definovány objekty, o kterých mluvíme jednoduchými výrazy (kterým v pojmovém systému jako je **S1** přiřazujeme jednoduché pojmy a zakrýváme tak jejich povahu jako zkratk a v důsledku toho pojmovou strukturu, která umožňuje dedukci).

Cvičení:

Které pojmy v systému **S2** budou ontologickými definicemi odpovídajícími prvkům **M4_{S1}**?

Obsah

1. *Pojem v dějinách logiky*
 2. *Pojem jako procedura. Pojem jako uzavřená konstrukce. Qusi-identita, normalizace*
 3. *Význam a pojem. Church: the sense of $E = a$ concept of the denotation of E . Prázdný pojem. Homonymie, slabá homonymie. Ekvivalence pojmů*
 4. *Synonymie, ekvivalence výrazů, koreference*
 5. *Pragmatický faktor. Indexické výrazy*
 6. *Určité popisy. (Definite Descriptions)*
 7. *Pojmové systémy. Problém jednoduchých pojmů. Jednoduché pojmy a jednoduché výrazy*
 8. *Matematické pojmové systémy. Empirické pojmové systémy. Sémantická nejednoznačnost formálních systémů*
 9. *Vlastnosti pojmových systémů*
 10. *Ontologická definice*
 11. *Jazyky a pojmové systémy. Synchronický pohled. Diachronický pohled. Podstatné a nepodstatné rozšíření oblasti pojmového systému*
 12. *Pojem jako problém. Expresivnost pojmového systému*
- Appendix*