Úvod do Prologu

Prolog

- PROgramming in LOGic
  - část predikátové logiky prvního řádu
- Deklarativní programování
  - specifikační jazyk, jasná sémantika, nevhodné pro procedurální postupy
  - **Co dělat** namísto **Jak dělat**
- Základní mechanismy
  - unifikace, stromové datové struktury, automatický backtracking

Prolog: historie a současnost

- Rozvoj začíná po roce 1970
  - Robert Kowalski – teoretické základy
  - Alain Colmerauer, David Warren *(Warren Abstract Machine)* – implementace
  - pozdější rozšíření Prologu o logické programování s omezujícími podmínkami

Prolog: historie a současnost

- Rozvoj začíná po roce 1970
  - Robert Kowalski – teoretické základy
  - Alain Colmerauer, David Warren *(Warren Abstract Machine)* – implementace
  - pozdější rozšíření Prologu o logické programování s omezujícími podmínkami
- Prolog v současnosti
  - zavedené aplikační oblasti, nutnost přidání inteligence
    - hypotéky; pediatrický sw; konfigurace a pravidla pro stanovení ceny objednávky; testovací nástroje, modelové testování; ...
  - náhrada procedurálního kódu Prologem vede k
    - desetinásobnému zmenšení kódu, řádově menšímu času na vývoj, jednodušší údržbě
  - efektivita Prologu?
    - zrychlení počítačů + výrazné zvětšení nároků sw

      ⇒ ve prospěch kompaktnosti i rychlosti Prologu

Program = fakta + pravidla

- **(Prologovský) program** je **seznam** **programových klauzulí**
  - programové klauzule: fakt, pravidlo
- **Fakt:** deklaruje vždy pravdivé věci
  - `clovek( novak, 18, student ).`
- **Pravidlo:** deklaruje věci, jejichž pravdivost závisí na daných podmínkách
  - `studuje( X ) :- clovek( X, _Vek, student ).`
  - **alternativní (obousměrný) význam pravidel**

pro každé X,	pro každé X,
X studuje, jestliže	X je student, potom
X je student	X studuje

Program = fakta + pravidla

- **(Prologovský) program** je **seznam** **programových klauzulí**
  - programové klauzule: fakt, pravidlo
- **Fakt:** deklaruje vždy pravdivé věci
  - `clovek( novak, 18, student ).`
- **Pravidlo:** deklaruje věci, jejichž pravdivost závisí na daných podmínkách
  - `studuje( X ) :- clovek( X, _Vek, student ).`
  - **alternativní (obousměrný) význam pravidel**

pro každé X,	pro každé X,
X studuje, jestliže	X je student, potom
X je student	X studuje

- **Predikát:** množina pravidel a faktů se stejným **funktorem** a **aritou**
  - značíme: `clovek/3`, `student/1`; analogie **procedury** v procedurálních jazycích,

Komentáře k syntaxi

- Klauzule ukončeny tečkou
- Základní příklady argumentů
  - **konstanty**: (`tomas, anna`) ...začínají malým písmenem
  - **proměnné**
    - `X, Y` ...začínají velkým písmenem
    - `_, _A, _B` ...začínají podtržítkem (nezajímá nás vracená hodnota)
- Psaní komentářů

```
clovek( novak, 18, student ).          % komentář na konci řádku
clovek( novotny, 30, ucitel ).           /* komentář */
```

Dotaz

- **Dotaz**: uživatel se ptá programu, zda jsou věci pravdivé

```
?- studuje( novak).          % yes
?- studuje( novotny).        % no
```

`?- studuje( novak).`	`% yes`	**splnitelný dotaz**
`?- studuje( novotny).`	`% no`	**nesplnitelný dotaz**

- **Odpověď** na dotaz
  - positivní – **dotaz je splnitelný a uspěl**
  - negativní – **dotaz je nesplnitelný a neuspěl**

Dotaz

- **Dotaz**: uživatel se ptá programu, zda jsou věci pravdivé

```
?- studuje( novak).        % yes      splnitelný dotaz
?- studuje( novotny).      % no       nesplnitelný dotaz
```

- **Odpověď** na dotaz
  - positivní – **dotaz je splnitelný a uspěl**
  - negativní – **dotaz je nesplnitelný a neuspěl**
- Proměnné jsou během výpočtu **instanciovány** (= nahrazeny objekty)
  - `?- clovek( novak, 18, Prace ).`
  - výsledkem dotazu je **instanciace proměnných** v dotazu
  - dosud nenainstanciovaná proměnná: **volná proměnná**

Dotaz

- **Dotaz**: uživatel se ptá programu, zda jsou věci pravdivé

```
?- studuje( novak).          % yes       splnitelný dotaz
?- studuje( novotny).        % no        nesplnitelný dotaz
```

- **Odpověď** na dotaz
  - positivní – **dotaz je splnitelný a uspěl**
  - negativní – **dotaz je nesplnitelný a neuspěl**
- Proměnné jsou během výpočtu **instanciovány** (= nahrazeny objekty)
  - `?- clovek( novak, 18, Prace ).`
  - výsledkem dotazu je **instanciace proměnných** v dotazu
  - dosud nenainstanciovaná proměnná: **volná proměnná**
- Prolog umí generovat více odpovědí pokud existují

```
?- clovek( novak, Vek, Prace ).          % všechna řešení přes ";"
```

Klauzule = fakt, pravidlo, dotaz

- **Klauzule** se skláda z **hlavy** a **těla**
- Tělo je **seznam cílů** oddělených čárkami, čárka = konjunkce
- **Fakt**: pouze hlava, prázdné tělo
  - `rodic( pavla, robert ).`
- **Pravidlo**: hlava i tělo
  - `upracovany_clovek( X ) :- clovek( X, _Vek, Prace ), prace( Prace, tezka ).`
- **Dotaz**: prázdná hlava, pouze tělo
  - ```
    ?- clovek( novak, Vek, Prace ).
    ?- rodic( pavla, Dite ), rodic( Dite, Vnuk ).
    ```
    ```

Rekurzivní pravidla

```
predek( X, Z ) :- rodic( X, Z ).                 % (1)

predek( X, Z ) :- rodic( X, Y ),                 % (2)
                  rodic( Y, Z ).
```

Rekurzivní pravidla

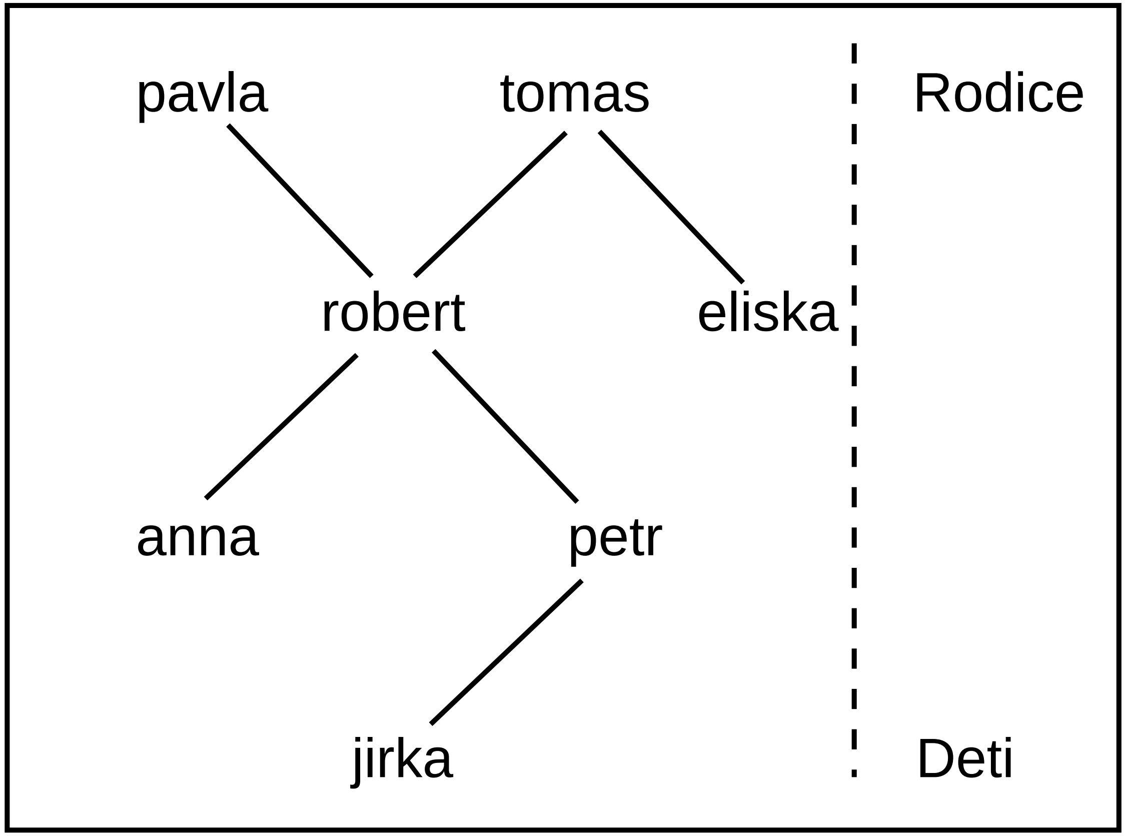
```
predek( X, Z ) :- rodic( X, Z ).                % (1)

predek( X, Z ) :- rodic( X, Y ),                % (2)
                  rodic( Y, Z ).

predek( X, Z ) :- rodic( X, Y ),                % (2')
                  predek( Y, Z ).
```

Příklad: rodokmen

```
rodic( pavla, robert ).
rodic( tomas, robert ).
rodic( tomas, eliska ).
rodic( robert, anna ).
rodic( robert, petr ).
rodic( petr, jirka ).
```

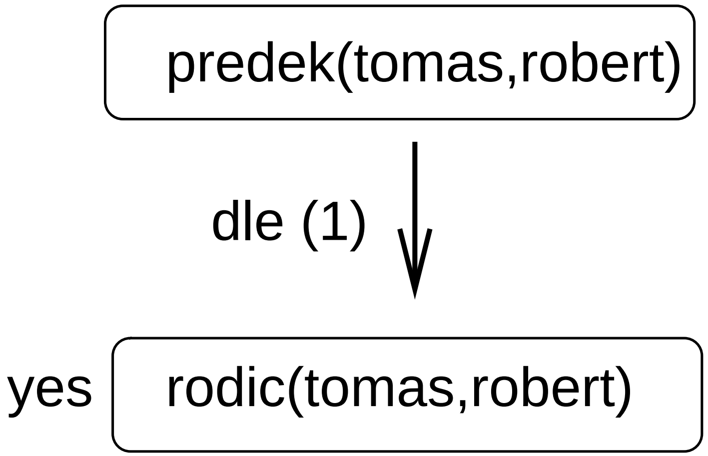



```
predek( X, Z ) :- rodic( X, Z ).        % (1)

predek( X, Z ) :- rodic( X, Y ),        % (2’)
                  predek( Y, Z ).
```

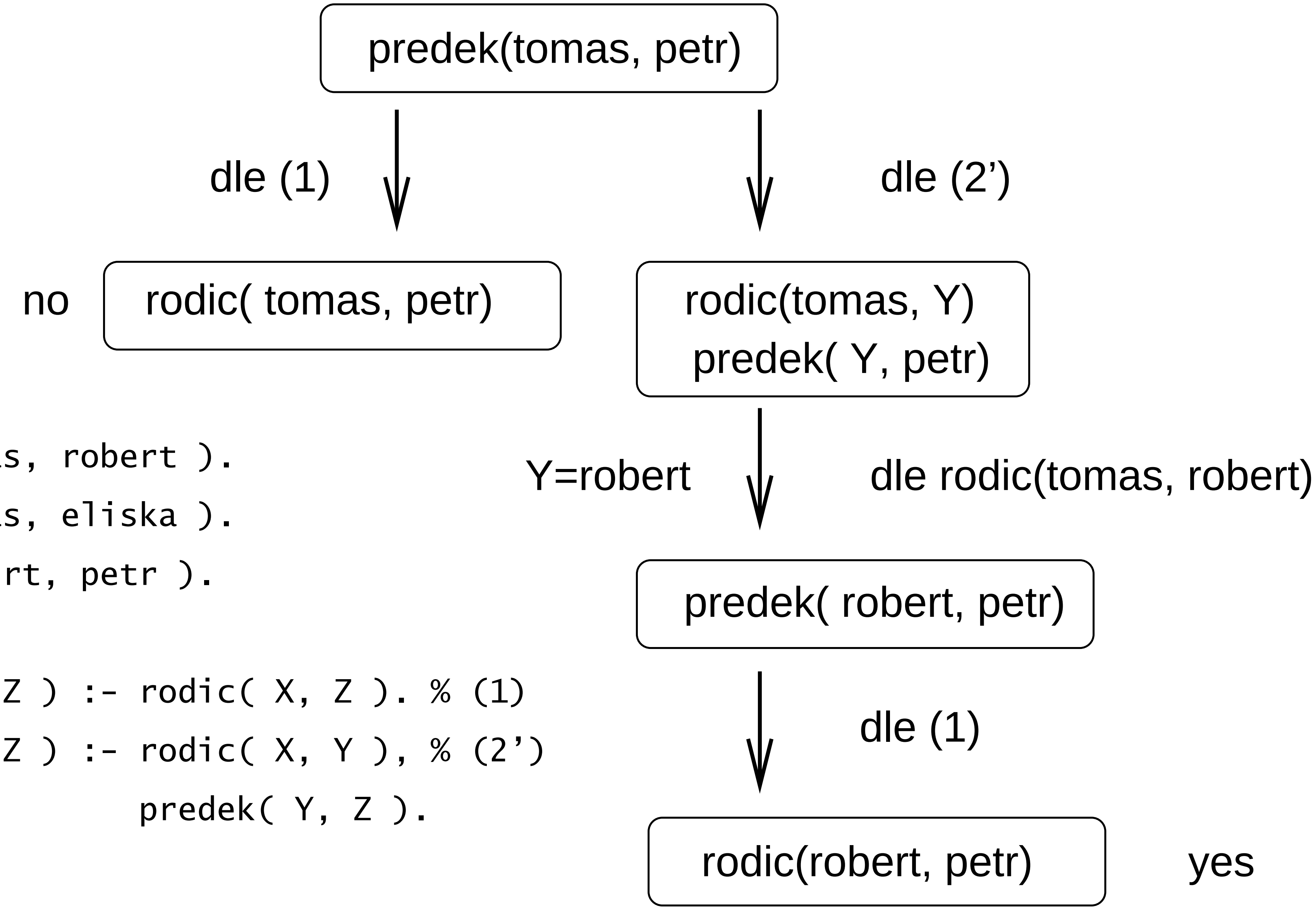
Výpočet odpovědi na dotaz ?- predek(tomas,robert)

```
rodic( pavla, robert ).
rodic( tomas, robert ).
rodic( tomas, eliska ).
rodic( robert, anna ).
rodic( robert, petr ).
rodic( petr, jirka ).
```




```
predek( X, Z ) :- rodic( X, Z ).          % (1)
predek( X, Z ) :- rodic( X, Y ),          % (2')
                  predek( Y, Z ).
```

Výpočet odpovědi na dotaz ?- predek(tomas, petr)

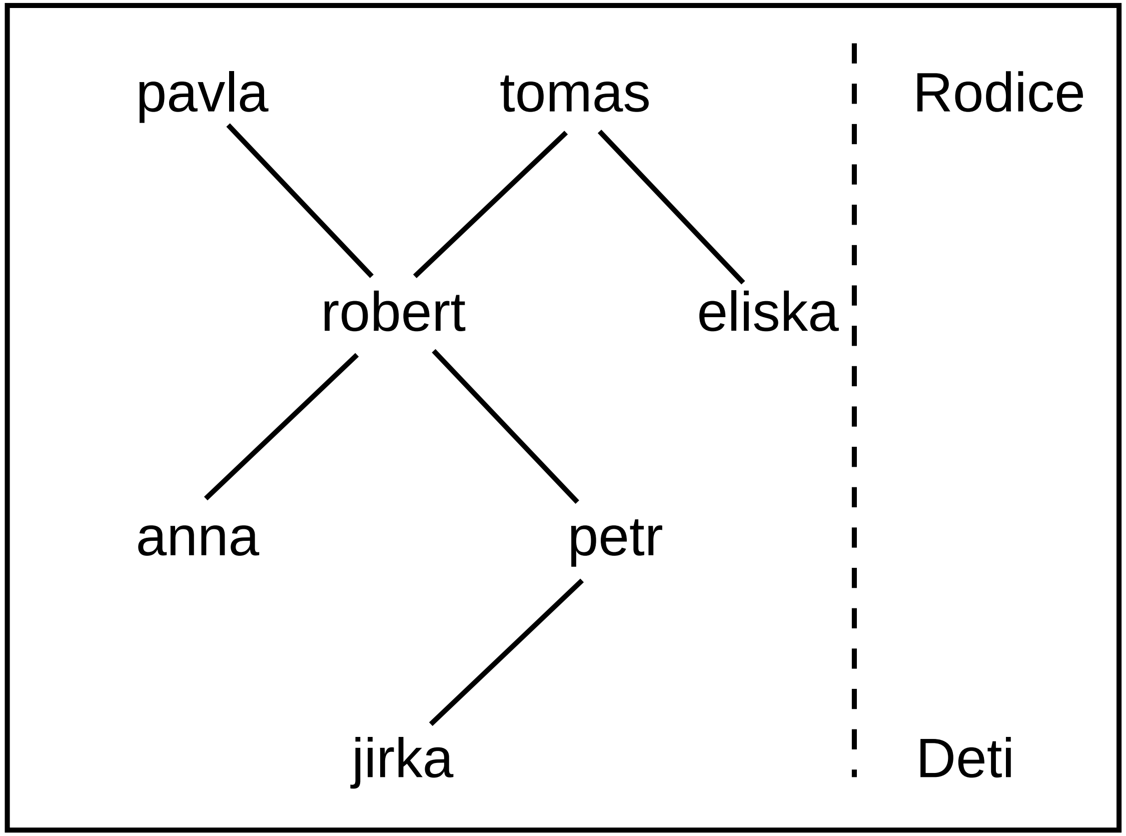



```
rodic( tomas, robert ).
rodic( tomas, eliska ).
rodic( robert, petr ).

predek( X, Z ) :- rodic( X, Z ). % (1)
predek( X, Z ) :- rodic( X, Y ), % (2’)
                  predek( Y, Z ).
```

Odpověď na dotaz ?- predek(robert, Potomek)

```
rodic( pavla, robert ).
rodic( tomas, robert ).
rodic( tomas, eliska ).
rodic( robert, anna ).
rodic( robert, petr ).
rodic( petr, jirka ).
```




```
predek( X, Z ) :- rodic( X, Z ).        % (1)
predek( X, Z ) :- rodic( X, Y ),        % (2')
                  predek( Y, Z ).

predek(robert,Potomek) --> ???
```

Syntaxe a význam Prologovských programů

Syntaxe Prologovských programů

- Typy objektů jsou rozpoznávány podle syntaxe
- **Atom**
  - řetězce písmen, čísel, „_" začínající malým písmenem: `pavel`, `pavel_novak`, `x25`
  - řetězce speciálních znaků: `<-->`, `====>`
  - řetězce v uvozovkách: `'Pavel'`, `'Pavel Novák'`
- Celá a reálná **čísla**: `0`, `-1056`, `0.35`
- **Proměnná**
  - řetězce písmen, čísel, „_" začínající velkým písmenem nebo „_"
  - **anonymní proměnná**: `ma_dite(X) :- rodic( X, _ ).`
    - hodnotu anonymní proměnné Prolog na dotaz nevrací: `?- rodic( X, _ )`
  - lexikální rozsah proměnné je pouze jedna klauzule:

```
prvni(X,X,X).
prvni(X,X,_).
```

Termy

- **Term** – datové objekty v Prologu: `datum( 1, kveten, 2003 )`
  - **funktor**: `datum`
  - **argumenty**: `1, kveten, 2003`
  - **arita** – počet argumentů: 3
- Všechny strukturované objekty v Prologu jsou **stromy**
  - `trojuhelnik( bod(4,2), bod(6,4), bod(7,1) )`
- **Hlavní funktor** termu – funktor v kořenu stromu odpovídající termu
  - `trojuhelnik` je hlavní funktor v `trojuhelnik( bod(4,2), bod(6,4), bod(7,1) )`

Unifikace

- Termy jsou **unifikovatelné**, jestliže
  - jsou identické nebo
  - proměnné v obou termech mohou být instanciovány tak,
    že termy jsou po substituci identické
  - `datum( D1, M1, 2003 ) = datum( 1, M2, Y2)` **operátor =**
    `D1 = 1, M1 = M2, Y2 = 2003`

Unifikace

- Termy jsou **unifikovatelné**, jestliže
  - jsou identické nebo
  - proměnné v obou termech mohou být instanciovány tak,

    že termy jsou po substituci identické
  - `datum( D1, M1, 2003 ) = datum( 1, M2, Y2)` **operátor =**

    `D1 = 1, M1 = M2, Y2 = 2003`
- **Nejobecnější unifikátor** *(most general unifier (MGU))*
  - jiné instanciace? ...`D1 = 1, M1 = 5, Y2 = 2003`
  - `?- datum( D1, M1, 2003 ) = datum( 1, M2, Y2), D1 = M1.`

Unifikace

- Termy jsou **unifikovatelné**, jestliže
  - jsou identické nebo
  - proměnné v obou termech mohou být instanciovány tak,
    že termy jsou po substituci identické
  - `datum( D1, M1, 2003 ) = datum( 1, M2, Y2)` **operátor =**
    `D1 = 1, M1 = M2, Y2 = 2003`
- **Nejobecnější unifikátor** *(most general unifier (MGU)*
  - jiné instanciace? ...`D1 = 1, M1 = 5, Y2 = 2003`
  - `?- datum( D1, M1, 2003 ) = datum( 1, M2, Y2), D1 = M1.`
- **Test výskytu** *(occurs check)*

```
?- X=f(X).
X = f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(...))))))))))
```

Unifikace

Termy S a T jsou unifikovatelné, jestliže

1. S a T jsou konstanty a tyto konstanty jsou identické;
2. S je proměnná a T cokoliv jiného – S je instanciována na T;

   T je proměnná a S cokoliv jiného – T je instanciována na S
3. S a T jsou termy
   - S a T mají stejný funktor a aritu a
   - všechny jejich odpovídající argumenty jsou unifikovatelné
   - výsledná substituce je určena unifikací argumentů

Příklady:

`k = k ... yes, k1 = k2 ... no,`

Unifikace

Termy S a T jsou unifikovatelné, jestliže

1. S a T jsou konstanty a tyto konstanty jsou identické;
2. S je proměnná a T cokoliv jiného – S je instanciována na T;

   T je proměnná a S cokoliv jiného – T je instanciována na S
3. S a T jsou termy
   - S a T mají stejný funktor a aritu a
   - všechny jejich odpovídající argumenty jsou unifikovatelné
   - výsledná substituce je určena unifikací argumentů

Příklady:

`k = k ... yes, k1 = k2 ... no, A = k(2,3) ... yes, k(s,a,l(1)) = A ... yes`

Unifikace

Termy S a T jsou unifikovatelné, jestliže

1. S a T jsou konstanty a tyto konstanty jsou identické;
2. S je proměnná a T cokoliv jiného – S je instanciována na T;

   T je proměnná a S cokoliv jiného – T je instanciována na S
3. S a T jsou termy
   - S a T mají stejný funktor a aritu a
   - všechny jejich odpovídající argumenty jsou unifikovatelné
   - výsledná substituce je určena unifikací argumentů

Příklady:

```
k = k ... yes, k1 = k2 ... no, A = k(2,3) ... yes, k(s,a,l(1)) = A ... yes
s(sss(2),B,ss(2)) = s(sss(2),4,ss(2),s(1))...
```

Unifikace

Termy S a T jsou unifikovatelné, jestliže

1. S a T jsou konstanty a tyto konstanty jsou identické;
2. S je proměnná a T cokoliv jiného – S je instanciována na T;

   T je proměnná a S cokoliv jiného – T je instanciována na S
3. S a T jsou termy
   - S a T mají stejný funktor a aritu a
   - všechny jejich odpovídající argumenty jsou unifikovatelné
   - výsledná substituce je určena unifikací argumentů

Příklady:

```
k = k ... yes, k1 = k2 ... no, A = k(2,3) ... yes, k(s,a,l(1)) = A ... yes
s(sss(2),B,ss(2)) = s(sss(2),4,ss(2),s(1))... no
```

Unifikace

Termy S a T jsou unifikovatelné, jestliže

1. S a T jsou konstanty a tyto konstanty jsou identické;
2. S je proměnná a T cokoliv jiného – S je instanciována na T;

   T je proměnná a S cokoliv jiného – T je instanciována na S
3. S a T jsou termy
   - S a T mají stejný funktor a aritu a
   - všechny jejich odpovídající argumenty jsou unifikovatelné
   - výsledná substituce je určena unifikací argumentů

Příklady:

```
k = k ... yes, k1 = k2 ... no, A = k(2,3) ... yes, k(s,a,l(1)) = A ... yes
s(sss(2),B,ss(2)) = s(sss(2),4,ss(2),s(1))... no
s(sss(A),4,ss(3)) = s(sss(2),4,ss(A))...
```

Unifikace

Termy S a T jsou unifikovatelné, jestliže

1. S a T jsou konstanty a tyto konstanty jsou identické;
2. S je proměnná a T cokoliv jiného – S je instanciována na T;

   T je proměnná a S cokoliv jiného – T je instanciována na S
3. S a T jsou termy
   - S a T mají stejný funktor a aritu a
   - všechny jejich odpovídající argumenty jsou unifikovatelné
   - výsledná substituce je určena unifikací argumentů

Příklady:

```
k = k ... yes, k1 = k2 ... no, A = k(2,3) ... yes, k(s,a,l(1)) = A ... yes
s(sss(2),B,ss(2)) = s(sss(2),4,ss(2),s(1))... no
s(sss(A),4,ss(3)) = s(sss(2),4,ss(A))... no
```

Unifikace

Termy S a T jsou unifikovatelné, jestliže

1. S a T jsou konstanty a tyto konstanty jsou identické;
2. S je proměnná a T cokoliv jiného – S je instanciována na T;

   T je proměnná a S cokoliv jiného – T je instanciována na S
3. S a T jsou termy
   - S a T mají stejný funktor a aritu a
   - všechny jejich odpovídající argumenty jsou unifikovatelné
   - výsledná substituce je určena unifikací argumentů

Příklady:

```
k = k ... yes, k1 = k2 ... no, A = k(2,3) ... yes, k(s,a,l(1)) = A ... yes
s(sss(2),B,ss(2)) = s(sss(2),4,ss(2),s(1))... no
s(sss(A),4,ss(3)) = s(sss(2),4,ss(A))... no
s(sss(A),4,ss(C)) = s(sss(t(B)),4,ss(A))...
```

Unifikace

Termy S a T jsou unifikovatelné, jestliže

1. S a T jsou konstanty a tyto konstanty jsou identické;
2. S je proměnná a T cokoliv jiného – S je instanciována na T;

   T je proměnná a S cokoliv jiného – T je instanciována na S
3. S a T jsou termy
   - S a T mají stejný funktor a aritu a
   - všechny jejich odpovídající argumenty jsou unifikovatelné
   - výsledná substituce je určena unifikací argumentů

Příklady:

```
k = k ... yes, k1 = k2 ... no, A = k(2,3) ... yes, k(s,a,l(1)) = A ... yes
s(sss(2),B,ss(2)) = s(sss(2),4,ss(2),s(1))... no
s(sss(A),4,ss(3)) = s(sss(2),4,ss(A))... no
s(sss(A),4,ss(C)) = s(sss(t(B)),4,ss(A))... A=t(B),C=t(B)... yes
```

Deklarativní a procedurální význam programů

- `p :- q, r.`
- Deklarativní: **Co** je výstupem programu?
  - p je pravdivé, jestliže q a r jsou pravdivé
  - Z q a r plyne p

  ⇒ význam mají logické relace

Deklarativní a procedurální význam programů

- `p :- q, r.`
- Deklarativní: **Co** je výstupem programu?
  - p je pravdivé, jestliže q a r jsou pravdivé
  - Z q a r plyne p

  ⇒ význam mají logické relace
- Procedurální: **Jak** vypočítáme výstup programu?
  - p vyřešíme tak, že **nejprve** vyřešíme q a **pak** r

  ⇒ kromě logických relací je významné i pořádí cílů
  - výstup
    - indikátor yes/no určující, zda byly cíle splněny
    - instanciace proměnných v případě splnění cílů

Deklarativní význam programu

Máme-li program a cíl G, pak **deklarativní význam** říká:

cíl G je splnitelný právě tehdy, když

existuje klauzule C v programu taková, že

existuje instance I klauzule C taková, že

hlava I je identická s G a

všechny cíle v těle I jsou pravdivé.

cíl `?- ma_dite(petr).`

Instance klauzule: proměnné v klauzuli jsou substituovány termem

```
ma_dite(X) :- rodic( X, Y ).              % klauzule
ma_dite(petr) :- rodic( petr, Z ).        % instance klauzule
```

Konjunce "," vs. disjunkce ";" cílů

- **Konjunce** = nutné splnění **všech cílů**
  - `p :- q, r.`
- **Disjunkce** = stačí splnění **libovolného cíle**
  - `p :- q; r.`

    ```
    p :- q.
    p :- r.
    ```
  - priorita středníku je vyšší:

    ```
    p :- q, r; s, t, u.

    p :- (q, r) ; (s, t, u).

    p :- q, r.
    p :- s, t, u.
    ```

Pořadí klauzulí a cílů

```
(a) a(1).                                              ?- a(1).
    a(X) :- b(X,Y), a(Y).
    b(1,1).
```

Pořadí klauzulí a cílů

(a)
```
a(1).                                             ?- a(1).
a(X) :- b(X,Y), a(Y).
b(1,1).
```

(b)
```
a(X) :- b(X,Y), a(Y).     % změněné pořadí klauzulí v programu vzhledem k (a)
a(1).
b(1,1).
```

Pořadí klauzulí a cílů

```
(a) a(1).                                                    ?- a(1).
    a(X) :- b(X,Y), a(Y).
    b(1,1).

(b) a(X) :- b(X,Y), a(Y).      % změněné pořadí klauzulí v programu vzhledem k (a)
    a(1).
    b(1,1).                    % nenalezení odpovědi: nekonečný cyklus
```

Pořadí klauzulí a cílů

```
(a) a(1).                                        ?- a(1).
    a(X) :- b(X,Y), a(Y).
    b(1,1).

(b) a(X) :- b(X,Y), a(Y).     % změněné pořadí klauzulí v programu vzhledem k (a)
    a(1).
    b(1,1).                   % nenalezení odpovědi: nekonečný cyklus
```

```
(c) a(X) :- b(X,Y), c(Y).                        ?- a(X).
    b(1,1).
    c(2).
    c(1).
```

Pořadí klauzulí a cílů

```
(a) a(1).                                                    ?- a(1).
    a(X) :- b(X,Y), a(Y).
    b(1,1).

(b) a(X) :- b(X,Y), a(Y).     % změněné pořadí klauzulí v programu vzhledem k (a)
    a(1).
    b(1,1).                   % nenalezení odpovědi: nekonečný cyklus
```

```
(c) a(X) :- b(X,Y), c(Y).                                    ?- a(X).
    b(1,1).
    c(2).
    c(1).

(d) a(X) :- c(Y), b(X,Y).     % změněné pořadí cílů v těle klauzule vzhledem k (c)
    b(1,1).
    c(2).
    c(1).
```

Pořadí klauzulí a cílů

```
(a) a(1).                                              ?- a(1).
    a(X) :- b(X,Y), a(Y).
    b(1,1).

(b) a(X) :- b(X,Y), a(Y).     % změněné pořadí klauzulí v programu vzhledem k (a)
    a(1).
    b(1,1).                   % nenalezení odpovědi: nekonečný cyklus
```

```
(c) a(X) :- b(X,Y), c(Y).                              ?- a(X).
    b(1,1).
    c(2).
    c(1).

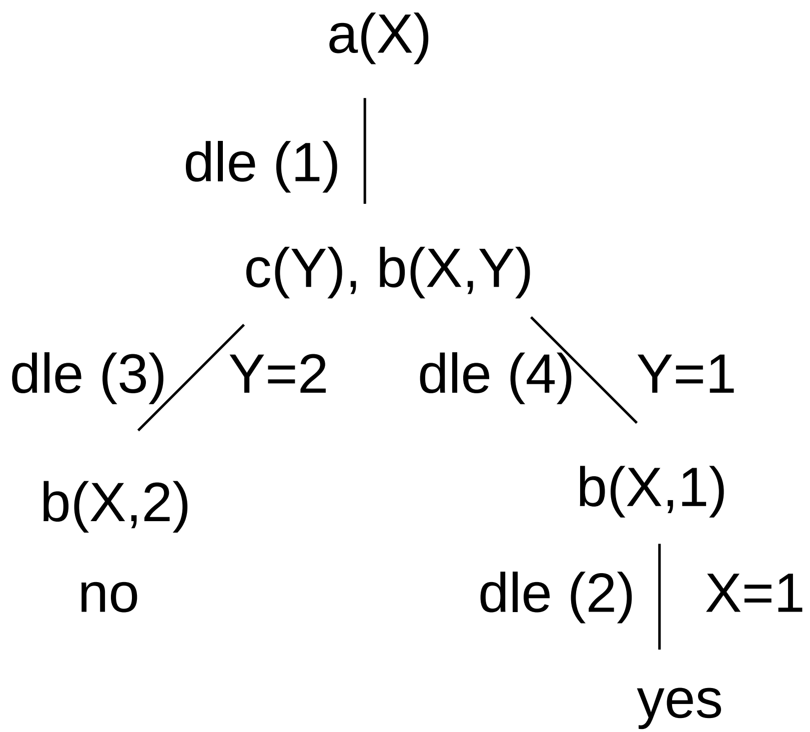
(d) a(X) :- c(Y), b(X,Y).     % změněné pořadí cílů v těle klauzule vzhledem k (c)
    b(1,1).
    c(2).
    c(1).                     % náročnější nalezení první odpovědi než u (c)
```

V obou případech **stejný deklarativní ale odlišný procedurální význam**

Pořadí klauzulí a cílů II.

```
(1) a(X) :- c(Y), b(X,Y).
(2) b(1,1).
(3) c(2).
(4) c(1).
```

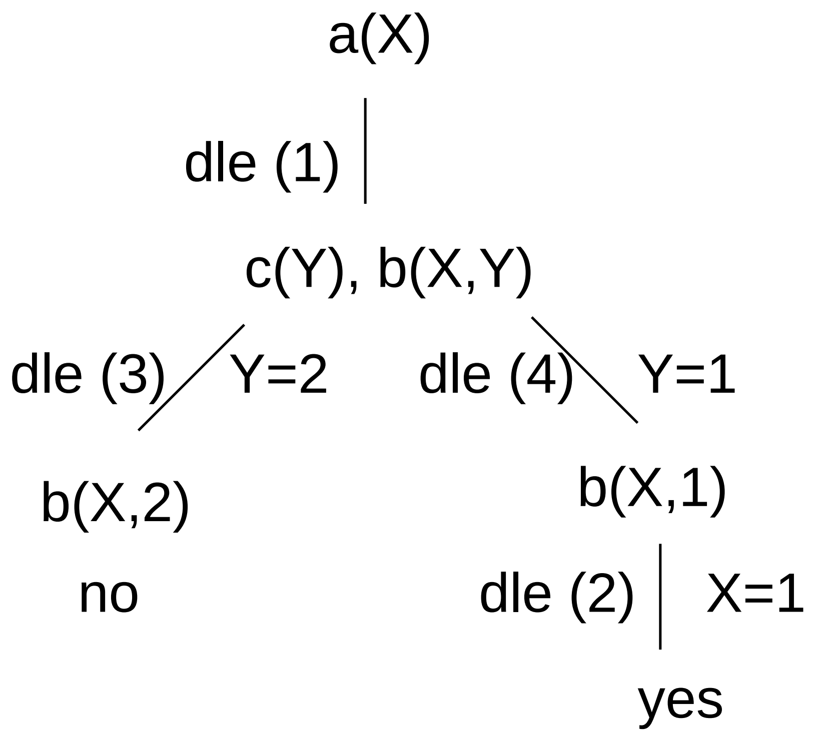
```
?- a(X).
```



Pořadí klauzulí a cílů II.

```
(1) a(X) :- c(Y), b(X,Y).
(2) b(1,1).
(3) c(2).
(4) c(1).
```

```
?- a(X).
```



Vyzkoušejte si:

```
a(X) :- b(X,X), c(X).
a(X) :- b(X,Y), c(X).
b(2,2).
b(2,1).
c(1).
```

Operátory, aritmetika

Operátory

- Infixová notace: `2*a + b*c`
- Prefixová notace: `+( *(2,a), *(b,c) )` priorita +: 500, priorita *: 400
- **Priorita operátorů**: operátor s **nejvyšší** prioritou je hlavní funktor

Operátory

- Infixová notace: `2*a + b*c`
- Prefixová notace: `+( *(2,a), *(b,c) )` priorita +: 500, priorita *: 400
- **Priorita operátorů**: operátor s **nejvyšší** prioritou je hlavní funktor
- Uživatelsky definované operátory: `zna`

  `petr zna alese.` `zna( petr, alese).`
- Definice operátoru: `:- op( 600, xfx, zna ).` priorita: 1..1200

Operátory

- Infixová notace: `2*a + b*c`
- Prefixová notace: `+( *(2,a), *(b,c) )` priorita +: 500, priorita *: 400
- **Priorita operátorů**: operátor s **nejvyšší** prioritou je hlavní funktor
- Uživatelsky definované operátory: zna

  `petr zna alese.`   `zna( petr, alese).`
- Definice operátoru: `:- op( 600, xfx, zna ).` priorita: 1..1200
  - `:- op( 1100, xfy, ; ).` nestrukturované objekty: 0

    `:- op( 1000, xfy, , ).`

    `p :- q,r; s,t.`   `p :- (q,r) ; (s,t).`   ; má vyšší prioritu než ,
  - `:- op( 1200, xfx, :- ).`   :- má nejvyšší prioritu

Operátory

- Infixová notace: `2*a + b*c`
- Prefixová notace: `+( *(2,a), *(b,c) )` priorita +: 500, priorita *: 400
- **Priorita operátorů**: operátor s **nejvyšší** prioritou je hlavní funktor
- Uživatelsky definované operátory: `zna`

  `petr zna alese.` `zna( petr, alese).`
- Definice operátoru: `:- op( 600, xfx, zna ).` priorita: 1..1200
  - `:- op( 1100, xfy, ; ).` nestrukturované objekty: 0

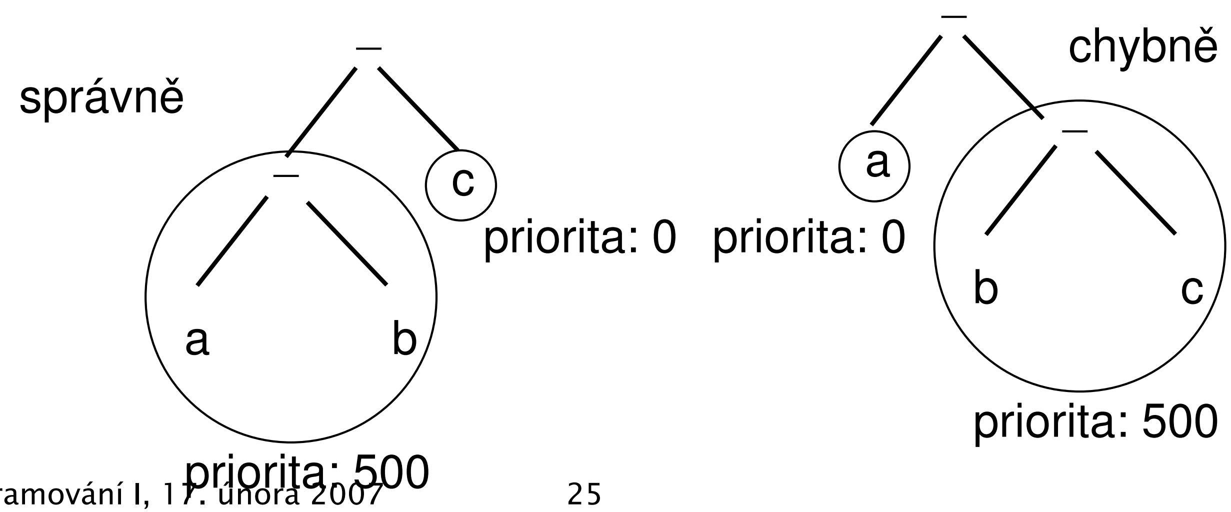
    `:- op( 1000, xfy, , ).`

    `p :- q,r; s,t.` `p :- (q,r) ; (s,t).` ; má vyšší prioritu než ,
  - `:- op( 1200, xfx, :- ).` `:-` má nejvyšší prioritu
- Definice operátoru není spojena s datovými manipulacemi

  (kromě speciálních případů)

Typy operátorů

- Typy operátorů
  - infixové operátory: `xfx, xfy, yfx` př. xfx = yfx -
  - prefixové operátory: `fx, fy` př. fx ?- fy -
  - postfixové operátory: `xf, yf`
- x a y určují **priorita argumentu**
  - x reprezentuje argument, jehož priorita musí být **striktně menší** než u operátoru
  - y reprezentuje argument, jehož priorita je **menší nebo rovna** operátoru
  - `a-b-c` odpovídá `(a-b)-c` a ne `a-(b-c)`: „-” odpovídá `yfx`



Aritmetika

- Předdefinované operátory

  `+, -, *, /, **` mocnina, `// celočíselné dělení`, mod zbytek po dělení

- `?- X = 1 + 2.` `X = 1 + 2` = odpovídá unifikaci

- `?- X is 1 + 2.`

  `X = 3` **„`is`" je speciální předdefinovaný operátor**, který vynutí evaluaci

Aritmetika

- Předdefinované operátory

  `+, -, *, /, **` mocnina, `// celočíselné dělení`, mod zbytek po dělení

- `?- X = 1 + 2.` `X = 1 + 2` = odpovídá unifikaci
- `?- X is 1 + 2.`

  `X = 3` **„`is`" je speciální předdefinovaný operátor**, který vynutí evaluaci

  - porovnej: `N = (1+1+1+1+1)` `N is (1+1+1+1+1)`

Aritmetika

- Předdefinované operátory

  `+`, `-`, `*`, `/`, `**` mocnina, `//` celočíselné dělení, mod zbytek po dělení

- `?- X = 1 + 2.`   `X = 1 + 2`   = odpovídá unifikaci

- `?- X is 1 + 2.`

  `X = 3`   **„is” je speciální předdefinovaný operátor**, který vynutí evaluaci

  - porovnej: `N = (1+1+1+1+1)`   `N is (1+1+1+1+1)`
  - pravá strana musí být vyhodnotitelný výraz (bez proměnné)

    volání `?- X is Y + 1.` způsobí chybu

Aritmetika

- Předdefinované operátory

  `+, -, *, /, **` mocnina, `//` celočíselné dělení, `mod` zbytek po dělení

- `?- X = 1 + 2.` `X = 1 + 2` = odpovídá unifikaci
- `?- X is 1 + 2.`

  `X = 3` **„is" je speciální předdefinovaný operátor**, který vynutí evaluaci

  - porovnej: `N = (1+1+1+1+1)` `N is (1+1+1+1+1)`
  - pravá strana musí být vyhodnotitelný výraz (bez proměnné)

    volání `?- X is Y + 1.` způsobí chybu

- Další speciální předdefinované operátory

  `>, <, >=, =<, =:=` aritmetická rovnost, `=\=` aritmetická nerovnost

  - porovnej: `1+2 =:= 2+1` `1+2 = 2+1`

Aritmetika

- Předdefinované operátory

  `+, -, *, /, **` mocnina, `//` `celočíselné dělení`, mod zbytek po dělení

- `?- X = 1 + 2.` `X = 1 + 2` = odpovídá unifikaci

- `?- X is 1 + 2.`

  `X = 3` „`is`" **je speciální předdefinovaný operátor**, který vynutí evaluaci

  - porovnej: `N = (1+1+1+1+1)` `N is (1+1+1+1+1)`
  - pravá strana musí být vyhodnotitelný výraz (bez proměnné)

    volání `?- X is Y + 1.` způsobí chybu

- Další speciální předdefinované operátory

  `>, <, >=, =<, =:=` aritmetická rovnost, `=\=` aritmetická nerovnost

  - porovnej: `1+2 =:= 2+1` `1+2 = 2+1`
  - obě strany musí být vyhodnotitelný výraz: volání `?- 1 < A + 2.` způsobí chybu

Různé typy rovností a porovnání

`X = Y` X a Y jsou unifikovatelné

`X \= Y` X a Y nejsou unifikovatelné, (také `\+ X = Y`)

Různé typy rovností a porovnání

`X = Y`	X a Y jsou unifikovatelné
`X \= Y`	X a Y nejsou unifikovatelné, (také `\+ X = Y`)
`X == Y`	X a Y jsou identické
	porovnej: `?- A == B.` . . . no `?- A=B, A==B.`

Různé typy rovností a porovnání

X = Y	X a Y jsou unifikovatelné
X \= Y	X a Y nejsou unifikovatelné, (také \+ X = Y)
X == Y	X a Y jsou identické
	porovnej: ?- A == B. . . . no ?- A=B, A==B. . . . B = A yes
X \== Y	X a Y nejsou identické
	porovnej: ?- A \== B. . . . yes ?- A=B, A \== B. . . . A no

Různé typy rovností a porovnání

X = Y	X a Y jsou unifikovatelné
X \= Y	X a Y nejsou unifikovatelné, (také \+ X = Y)
X == Y	X a Y jsou identické
	porovnej: ?- A == B. . . . no ?- A=B, A==B. . . . B = A yes
X \== Y	X a Y nejsou identické
	porovnej: ?- A \== B. . . . yes ?- A=B, A \== B. . . . A no
X is Y	Y je aritmeticky vyhodnoceno a výsledek je přiřazen X
X =:= Y	X a Y jsou si aritmeticky rovny
X =\= Y	X a Y si aritmeticky nejsou rovny
X < Y	aritmetická hodnota X je menší než Y (=<, >, >=)

Různé typy rovností a porovnání

`X = Y`	X a Y jsou unifikovatelné
`X \= Y`	X a Y nejsou unifikovatelné, (také `\+ X = Y`)
`X == Y`	X a Y jsou identické
	porovnej: ?- A == B. . . . no ?- A=B, A==B. . . . B = A yes
`X \== Y`	X a Y nejsou identické
	porovnej: ?- A \\== B. . . . yes ?- A=B, A \\== B. . . . A no
`X is Y`	Y je aritmeticky vyhodnoceno a výsledek je přiřazen X
`X =:= Y`	X a Y jsou si aritmeticky rovny
`X =\= Y`	X a Y si aritmeticky nejsou rovny
`X < Y`	aritmetická hodnota X je menší než Y (`=<`, `>`, `>=`)
`X @< Y`	term X předchází term Y (`@=<`, `@>`, `@>=`)
	1. porovnání termů: podle alfabetického n. aritmetického uspořádání
	2. porovnání struktur: podle arity, pak hlavního funktoru a pak zleva podle argumentů

Různé typy rovností a porovnání

`X = Y`	X a Y jsou unifikovatelné
`X \= Y`	X a Y nejsou unifikovatelné, (také `\+ X = Y`)
`X == Y`	X a Y jsou identické
	porovnej: ?- A == B. . . . no ?- A=B, A==B. . . . B = A yes
`X \== Y`	X a Y nejsou identické
	porovnej: ?- A \== B. . . . yes ?- A=B, A \== B. . . . A no
`X is Y`	Y je aritmeticky vyhodnoceno a výsledek je přiřazen X
`X =:= Y`	X a Y jsou si aritmeticky rovny
`X =\= Y`	X a Y si aritmeticky nejsou rovny
`X < Y`	aritmetická hodnota X je menší než Y (`=<`, `>`, `>=`)
`X @< Y`	term X předchází term Y (`@=<`, `@>`, `@>=`)
	1. porovnání termů: podle alfabetického n. aritmetického uspořádání
	2. porovnání struktur: podle arity, pak hlavního funktoru a pak zleva podle argumentů
	?- f(pavel, g(b)) @< f(pavel, h(a)). . . . yes

Prolog: příklady

Příklad: průběh výpočtu

```
a :- b,c,d.
b :- e,c,f,g.
b :- g,h.
c.
d.
e :- i.
e :- h.
g.
h.
i.
```

Jak vypadá průběh výpočtu pro dotaz `?- a.`

Příklad: věž z kostek

Příklad: postavte věž zadané velikosti ze tří různě velkých kostek tak,
že kostka smí ležet pouze na větší kostce.

Příklad: věž z kostek

Příklad: postavte věž zadané velikosti ze tří různě velkých kostek tak,
že kostka smí ležet pouze na větší kostce.

```
kostka(mala).  kostka(stredni).  kostka(velka).

vetsi(zeme,velka).  vetsi(zeme,stredni).  vetsi(zeme,mala).
vetsi(velka,stredni).  vetsi(velka,mala).
vetsi(stredni,mala).

% ?- postav_vez(vez(zeme,0), vez(Kostka,0)).
% ?- postav_vez(vez(zeme,0), vez(Kostka,3)).
```

Příklad: věž z kostek

Příklad: postavte věž zadané velikosti ze tří různě velkých kostek tak,
že kostka smí ležet pouze na větší kostce.

```
kostka(mala).  kostka(stredni).  kostka(velka).

vetsi(zeme,velka).  vetsi(zeme,stredni).  vetsi(zeme,mala).
vetsi(velka,stredni).  vetsi(velka,mala).
vetsi(stredni,mala).

% ?- postav_vez(vez(zeme,0), vez(Kostka,0)).
% ?- postav_vez(vez(zeme,0), vez(Kostka,3)).
postav_vez( Vez, Vez ).
postav_vez( Vstup, Vystup ) :- pridej_kostku( Vstup, Pridani ),
                               postav_vez( Pridani, Vystup ).

pridej_kostku( Vstup, Pridani ) :- Vstup = vez( Vrchol, Vyska ),
                                   kostka( Kostka ),
                                   vetsi( Vrchol, Kostka ),
                                   NovaVyska is Vyska + 1,
                                   Pridani = vez( Kostka, NovaVyska ).
```