

# MB101 – 3. demonstovaná cvičení

## Kombinatorika a konečná pravděpodobnost

Masarykova univerzita  
Fakulta informatiky

6.3. 2007

# Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 Návodné úlohy
  - Permutace, variace a kombinace bez opakování
  - Permutace, variace a kombinace s opakováním
  - Konečná pravděpodobnost
  - Geometrická pravděpodobnost

**Příklad 1.** Sečtěte (pro  $n > 2$ )

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n-2)}$$

**Příklad 1.** Sečtěte (pro  $n > 2$ )

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n-2)}$$

**Řešení.** Zlomek  $\frac{1}{n(n-2)}$  rozložíme na parciální zlomky:

$$\frac{1}{n(n-2)} = \frac{1}{2(n-2)} - \frac{1}{2n}.$$

**Příklad 1.** Sečtěte (pro  $n > 2$ )

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n-2)}$$

**Řešení.** Zlomek  $\frac{1}{n(n-2)}$  rozložíme na parciální zlomky:

$$\frac{1}{n(n-2)} = \frac{1}{2(n-2)} - \frac{1}{2n}.$$

Celá řada se pak redukuje na

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2n} - \frac{1}{2(n-1)} = \frac{3}{4} - \frac{2n-1}{2n(n-1)}.$$



**Příklad 2.** *Sečtěte*

$$\sum_{i=0}^n \binom{2n+1}{i}$$

**Příklad 2.** Sečtěte

$$\sum_{i=0}^n \binom{2n+1}{i}$$

**Řešení.** Označíme-li součet jako  $S$ , pak  $2S$  je s využitím identity  $\binom{2n+1}{k} = \binom{2n+1}{2n+1-k}$  roven

$$\sum_{i=0}^{2n+1} \binom{2n+1}{i} = 4^{2n+1},$$

je tedy  $S = 4^n$ .

□

**Příklad 3.** *Na kolik částí dělí prostor  $n$  navzájem různých rovin, které všechny prochází jedním daným bodem?*



**Příklad 3.** *Na kolik částí dělí prostor  $n$  navzájem různých rovin, které všechny prochází jedním daným bodem?*

**Řešení.** Pro hledaný počet  $x_n$  odvodíme rekurentní formuli

$$x_n = x_{n-1} + 2(n - 1),$$

dále  $x_1 = 2$ ,

**Příklad 3.** *Na kolik částí dělí prostor  $n$  navzájem různých rovin, které všechny prochází jedním daným bodem?*

**Řešení.** Pro hledaný počet  $x_n$  odvodíme rekurentní formuli

$$x_n = x_{n-1} + 2(n - 1),$$

dále  $x_1 = 2$ , tedy

$$x_n = n(n - 1) + 2.$$



# Plán přednášky

## 1 Domácí úlohy z minulého týdne

## 2 Návodné úlohy

- Permutace, variace a kombinace bez opakování
- Permutace, variace a kombinace s opakováním
- Konečná pravděpodobnost
- Geometrická pravděpodobnost

**Příklad** *Kolika různými způsoby může vypadat pořadí týmů v tabulce hokejové extraligy?*

**Příklad** *Kolika různými způsoby může vypadat pořadí týmů v tabulce hokejové extraligy?*

**Příklad** *Kolika způsoby lze vybrat z osmi obyvatel domu tříčlenný domovní výbor, který se skládá z předsedy, místopředsedy a pokladníka?*

**Příklad** *Kolika různými způsoby může vypadat pořadí týmů v tabulce hokejové extraligy?*

**Příklad** *Kolika způsoby lze vybrat z osmi obyvatel domu tříčlenný domovní výbor, který se skládá z předsedy, místopředsedy a pokladníka?*

**Příklad** *Kolika způsoby můžeme vytvořit čtyři smíšené páry z deseti chlapců a osmi dívek?*

**Příklad** *Kolik existuje různých značek Morseovy abecedy délky nejvýše čtyři?*

**Příklad** *Kolik existuje různých značek Morseovy abecedy délky nejvýše čtyři?*

**Příklad** *Kolika způsoby můžeme vytáhnout postupně všechny koule z klobouku, ve kterém je pět bílých, pět červených a šest černých koulí?*



**Příklad** *Kolika způsoby můžeme mezi tři osoby rozdělit*

a) *7 stejných hrušek,*

**Příklad** *Kolika způsoby můžeme mezi tři osoby rozdělit*

- a) *7 stejných hrušek,*
- b) *7 stejných hrušek a 5 stejných jablek?*

**Příklad** *Kolika způsoby můžeme mezi tři osoby rozdělit*

- a) *7 stejných hrušek,*
- b) *7 stejných hrušek a 5 stejných jablek?*

**Příklad** *Pro libovolné pevné  $n \in \mathbb{N}$  určete počet všech řešení rovnice*

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_k < n$$

*v množině přirozených čísel.*

**Příklad** *Vrhneme dvě šestiboké kostky. Jaká je pravděpodobnost, že padne součet šest?*

**Příklad** *Vrhne dvě šestiboké kostky. Jaká je pravděpodobnost, že padne součet šest?*

**Příklad** *Hráč sází v ruletě pořád na černou. Jaká je pravděpodobnost, že vyhraje alespoň jednu ze čtyř sázek?*

**Příklad** Vrhne dvě šestiboké kostky. Jaká je pravděpodobnost, že padne součet šest?

**Příklad** Hráč sází v ruletě pořád na černou. Jaká je pravděpodobnost, že vyhraje alespoň jednu ze čtyř sázek?

**Příklad** Z klobouku, ve kterém je pět bílých, pět červených a šest černých koulí, náhodně vytahujeme koule (bez vracení). Jaká je pravděpodobnost,

a) že první vytažená koule bude černá?

**Příklad** *Vrhne dvě šestiboké kostky. Jaká je pravděpodobnost, že padne součet šest?*

**Příklad** *Hráč sází v ruletě pořád na černou. Jaká je pravděpodobnost, že vyhraje alespoň jednu ze čtyř sázek?*

**Příklad** *Z klobouku, ve kterém je pět bílých, pět červených a šest černých koulí, náhodně vytahujeme koule (bez vracení). Jaká je pravděpodobnost,*

- a) *že první vytažená koule bude černá?*
- b) *že pátá vytažená koule bude černá?*

**Příklad** *Vrhne dvě šestiboké kostky. Jaká je pravděpodobnost, že padne součet šest?*

**Příklad** *Hráč sází v ruletě pořád na černou. Jaká je pravděpodobnost, že vyhraje alespoň jednu ze čtyř sázek?*

**Příklad** *Z klobouku, ve kterém je pět bílých, pět červených a šest černých koulí, náhodně vytahujeme koule (bez vracení). Jaká je pravděpodobnost,*

- a) *že první vytažená koule bude černá?*
- b) *že pátá vytažená koule bude černá?*



**Příklad** Šest lidí vhodí svoje peněženky do kloubouku a poté si každý vylosuje jednu peněženku zpět. Jaká je pravděpodobnost, že si nikdo nevylosuje zpět svoji peněženku?

**Příklad** *Dvoumetrová tyč je náhodně rozdělena na tři díly. Určete pravděpodobnost, že alespoň jeden díl bude nejvýše 20 cm dlouhý.*