

Jméno a příjmení:	
-------------------	--

Příklad číslo:	1	2	3	$\Sigma$
Počet bodů:				

**Příklad 1.** Náhodně rozesadíme  $n$  studentů a  $n$  studentek do řady s  $2n$  místy. Jaká je pravděpodobnost, že osoby stejného pohlaví nebudou sedět vedle sebe?

**Řešení.** Všech možností rozesazení je  $(2n)!$ , možností, kdy osoby stejného pohlaví nesedí vedle sebe je  $2(n!)^2$  (buď všichni hoši sedí na sudých místech a dívky na lichých – nezávisle můžeme permutovat  $n$  hochů a  $n$  dívek, celkem dle pravidla součinu  $(n!)^2$  možností, nebo všechny dívky na sudých a hoši na lichých místech, opět  $(n!)^2$  možností). Hledaná pravděpodobnost je tedy

$$\frac{2(n!)^2}{(2n)!}$$

□

**Příklad 2.** Jednou denně někdy mezi osmou hodinou ranní a osmou hodinnou večerní vyjíždí náhodně autobus z Koločavy do Užhorodu. Jednou denně ve stejném časovém rozmezí jezdí jiný autobus náhodně opačným směrem. Cesta tam trvá čtyři hodiny, zpět též čtyři hodiny. Jaká je pravděpodobnost, že se autobusy potkají, jezdí-li po stejné trase?

**Řešení.** Pravděpodobnostní prostor je čtverec  $12 \times 12$ , autobusy vyjíždějící v čase  $x$ , resp  $y$  se potkají právě když  $|x - y| \leq 4$ . Tato nerovnost vymezuje v daném čtverci oblast „příznivých jevů“. Obsah zbylé části spočítáme přímo jednodušeji, neboť je sjednocením dvou pravoúhlých rovnoramenných trojúhelníků o odvěsnách 8, tedy je roven 64, obsah části odpovídající „příznivým jevům“ je tedy 80, celkem je hledaná pravděpodobnost

$$\frac{80}{144} = \frac{5}{9}$$

□

**Příklad 3.** Buď dán pravidelný šestiúhelník  $ABCDEF$  (vrcholy jsou označeny v kladném smyslu) se středem v bodě  $[1, 0]$  a vrcholem  $A = [0, 2]$  Určete souřadnice vrcholu  $C$ .

**Řešení.** Souřadnice vrcholu  $C$  získáme otočením bodu  $A$  okolo středu  $S$  šestiúhelníka o  $120^\circ$  v kladném smyslu:

$$C = \begin{pmatrix} \cos(120^\circ) & -\sin(120^\circ) \\ \sin(120^\circ) & \cos(120^\circ) \end{pmatrix} (C - S) + S = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + [1, 0] = \left[ \frac{3}{2} - \sqrt{3}, -1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

□