Drsná matematika I – 7. Demonstrované cvičení
Maticový počet

Lenka Zalabová

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

27. 3. 2007

Obsah cvičení

1. Návrat k minulé sadě úloh
2. Maticový počet I

Plán cvičení

1 Návrat k minulé sadě úloh

2 Maticový počet I

Ekvivalence

Určete, které z následujících relací na množině jsou ekvivalence. Popište jejich rozklady.

1. $M = \mathbb{N}$, $x \sim y \Leftrightarrow (NSD(x, y) = 1) \vee x = y$
2. $M = \mathbb{N}$, $x \sim y \Leftrightarrow 5 | x - y$
3. $M = \mathbb{R}$, $x \sim y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Q}$

Ekvivalence

Určete, které z následujících relací na množině jsou ekvivalence. Popište jejich rozklady.

1. $M = \mathbb{N}$, $x \sim y \Leftrightarrow (NSD(x,y) = 1) \vee x = y$
2. $M = \mathbb{N}$, $x \sim y \Leftrightarrow 5 | x - y$
3. $M = \mathbb{R}$, $x \sim y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Q}$

- $x \sim x \quad \forall x \in M$
- jestliže $x \sim y$, pak $y \sim x$
- jestliže $x \sim y$ a $y \sim z$, pak $x \sim z$

Uspořádání

Určete počet uspořádání množiny $\{a, b, c\}$ takových, že některé dva prvky jsou nesrovnatelné.

Surjekce

Kolik je surjektivních zobrazení množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ na množinu $\{1, 2, 3\}$?

Surjekce

Kolik je surjektivních zobrazení množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ na množinu $\{1, 2, 3\}$?

- 540

Plán cvičení

1 Návrat k minulé sadě úloh

2 Maticový počet I

Sčítáme matice a násobíme je skaláry

Pro dané matice A, B, C typu $2/3$ nad $\mathbb{C}$ spočtěte matici $2(A-C)+3B$:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1+i & -1 \\ 2-i & 1 & -2+2i \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2-i & -2 \\ 3 & 1+3i & 4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2-i & 5 & -3 \\ 1 & 1-2i & -2 \end{pmatrix}$$

Násobíme matice

Pro dané matice A, B nad $\mathbb{R}$ spočtěte matice $A \cdot B$ a $B \cdot A$:

Násobíme matice

Pro dané matice A, B nad $\mathbb{R}$ spočtěte matice $A \cdot B$ a $B \cdot A$:

1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

Násobíme matice

Pro dané matice A, B nad $\mathbb{R}$ spočtěte matice $A \cdot B$ a $B \cdot A$:

1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Násobíme matice

Pro dané matice A, B nad $\mathbb{R}$ spočtěte matice $A \cdot B$ a $B \cdot A$:

1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
3. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

Ještě k násobení - některá jednoduchá zobrazení

Najděte matici A takovou, že zobrazení

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(t.j. levé vynásobení maticí) je:

1. násobení pevně zvoleným skalárem $k \in \mathbb{R}$.

Ještě k násobení - některá jednoduchá zobrazení

Najděte matici A takovou, že zobrazení

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(t.j. levé vynásobení maticí) je:

1. násobení pevně zvoleným skalárem $k \in \mathbb{R}$.
2. kolmá projekce do osy x.

Ještě k násobení - některá jednoduchá zobrazení

Najděte matici A takovou, že zobrazení

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(t.j. levé vynásobení maticí) je:

1. násobení pevně zvoleným skalárem $k \in \mathbb{R}$.
2. kolmá projekce do osy x.
3. překlopení podle roviny xz.

Systémy lineárních rovnic

Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu

1. o pěti neznámých nad $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}
2x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 &= 5\\
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 &= 3\\
-x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 &= 0\\
-2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 6x_5 &= 2
\end{aligned}$$

Systémy lineárních rovnic

Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu

1. o pěti neznámých nad $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 &= 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 &= 3 \\ -x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 &= 0 \\ -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 6x_5 &= 2 \end{aligned}$$

2. o třech neznámých nad $\mathbb{R}$ a $\mathbb{Z}_5$:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 3x_3 &= -1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 &= 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Inverzní matice

Najděte inverzní matici A^{-1} k matici A, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ještě schodovitý tvar...

Převeďte matici A do schodovitého tvaru B a najděte matici P takovou, že $PA = B$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$