Drsná matematika I – 7. Demonstrované cvičení
Ještě maticový počet

Lenka Zalabová

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

3. 4. 2007

Obsah cvičení

Plán cvičení

Počítáme s maticemi

Pro následující matice

$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

vypočítejte ty následující výrazy, které mají smysl:

Počítáme s maticemi

Pro následující matice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

vypočítejte ty následující výrazy, které mají smysl:

1. $2A - B + CD$ jde

Počítáme s maticemi

Pro následující matice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

vypočítejte ty následující výrazy, které mají smysl:

1. $2A - B + CD$ jde
2. $B + 2A + DC$ nejde

Počítáme s maticemi

Pro následující matice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

vypočítejte ty následující výrazy, které mají smysl:

1. $2A - B + CD$ jde
2. $B + 2A + DC$ nejde
3. A^2 jde

Počítáme s maticemi

Pro následující matice

$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

vypočítejte ty následující výrazy, které mají smysl:

1. $2A - B + CD$ jde
2. $B + 2A + DC$ nejde
3. A^2 jde
4. D^2 nejde

Počítáme s maticemi

Pro následující matice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

vypočítejte ty následující výrazy, které mají smysl:

1. $2A - B + CD$ jde
2. $B + 2A + DC$ nejde
3. A^2 jde
4. D^2 nejde
5. AD nejde

Řešíme soustavy

Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu o pěti neznámých (nad $\mathbb{R}$):

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 0\\
x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 &= 1\\
x_2 - x_3 + x_4 - x_5 &= 4\\
2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 3x_5 &= 5\\
2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 1
\end{aligned}
$$

Hledáme matice

Najděte všechny matice X, které jsou zaměnitelné s maticí A, t.j. platí $AX = XA$. Najděte nějakou, ktera to nesplňuje.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

Plán cvičení

Lineární závislost a nezávislost

Rozhodněte, zda následující vektory v $\mathbb{R}^4$ resp. $\mathbb{R}^3$ jsou lineárně závislé nebo nezávislé:

1. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$

Lineární závislost a nezávislost

Rozhodněte, zda následující vektory v $\mathbb{R}^4$ resp. $\mathbb{R}^3$ jsou lineárně závislé nebo nezávislé:

1. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$
2. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Lineární závislost a nezávislost

Rozhodněte, zda následující vektory v $\mathbb{R}^4$ resp. $\mathbb{R}^3$ jsou lineárně závislé nebo nezávislé:

1. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$
2. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$
3. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Hodnost matice

Určete hodnost matice:

1. $$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 & 0 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & 4 & -3 \\ -4 & 2 & 5 & -1 & 7 \\ 5 & -4 & -12 & 5 & -14 \end{pmatrix}$$

Hodnost matice

Určete hodnost matice:

1.
$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 & 0 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & 4 & -3 \\ -4 & 2 & 5 & -1 & 7 \\ 5 & -4 & -12 & 5 & -14 \end{pmatrix}$$

2.
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & -3 \\ 5 & 3 & 0 \\ 1 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

Geometrická zobrazení – rozcvička

1. Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^2$, které je rotací kolem počátku o úhel $\frac{\pi}{4}$ v kladném smyslu.

Geometrická zobrazení – rozcvička

1. Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^2$, které je rotací kolem počátku o úhel $\frac{\pi}{4}$ v kladném smyslu.
2. Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^3$, které je rotací kolem osy y o úhel $\frac{\pi}{6}$ v kladném smyslu.

Geometrická zobrazení – skládání

Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^3$, které je složení zrcadlení (symetrie) podle roviny yz po rotaci kolem osy x o úhel $\frac{\pi}{2}$ v kladném smyslu.

Geometrická zobrazení – skládání

Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^3$, které je složení zrcadlení (symetrie) podle roviny yz po rotaci kolem osy x o úhel $\frac{\pi}{2}$ v kladném smyslu.

- Co se stane, když je složíme v obraceném pořadí?

Geometrická zobrazení – konečně zajímavá úloha

Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^3$, které je rotací o úhel π kolem osy dané počátkem a vektorem $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ještě geometrická zobrazení

Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^3$, které je zrcadlením (symetrií) podle roviny jdoucí počátkem a kolmé na vektor $v = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}$.

Ještě geometrická zobrazení

Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^3$, které je rotací o úhel $\frac{\pi}{2}$ kolem osy dané počátkem a vektorem $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Nějaká podobnost nakonec

Napište matici zobrazení φ v $\mathbb{R}^2$, které je stejnolehlost (homotetie) se středem v počátku a s koeficientem 3.