Drsná matematika I – Demonstrované cvičení
6. Relace a zobrazení

Jaroslav Hrdina

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

20. 3. 2007

Obsah cvičení

Plán cvičení

Vlak s Těšína

Z Těšína vyjíždí vlak co půl hodinu (směrem na Bohumín) a z tohoto směru přijíždějí vlaky také každé půl hodiny. Předpokládám, že vlaky se mezi dvěma stanicemi pohybují rovnoměrnou rychlostí 72 km/h a jsou dlouhé 100 metrů, cesta trvá 30 minut, vlaky se míjejí někde na trase. Hazardér Jarda si vybere jeden z těchto vlaků a během cesty z Těšína do Bohumína náhodně vystrčí hlavu z okna na pět vteřin nad kolejiště pro protější směr. Jaká je pravděpodobnost, že mu bude uražena? (Předpokládáme, že jiné než zmíněné vlaky na trati nejezdí).

Vlak s Těšína

Z Těšína vyjíždí vlak co půl hodinu (směrem na Bohumín) a z tohoto směru přijíždějí vlaky také každé půl hodiny. Předpokládám, že vlaky se mezi dvěma stanicemi pohybují rovnoměrnou rychlostí 72 km/h a jsou dlouhé 100 metrů, cesta trvá 30 minut, vlaky se míjejí někde na trase. Hazardér Jarda si vybere jeden z těchto vlaků a během cesty z Těšína do Bohumína náhodně vystrčí hlavu z okna na pět vteřin nad kolejiště pro protější směr. Jaká je pravděpodobnost, že mu bude uražena? (Předpokládáme, že jiné než zmíněné vlaky na trati nejezdí).

- vzájemná rychlost protijedoucích vlaků je 40 m/s, protijedoucí vlak mine Jardovo okno za dvě a půl sekundy.

Vlak s Těšína

Z Těšína vyjíždí vlak co půl hodinu (směrem na Bohumín) a z tohoto směru přijíždějí vlaky také každé půl hodiny. Předpokládám, že vlaky se mezi dvěma stanicemi pohybují rovnoměrnou rychlostí 72 km/h a jsou dlouhé 100 metrů, cesta trvá 30 minut, vlaky se míjejí někde na trase. Hazardér Jarda si vybere jeden z těchto vlaků a během cesty z Těšína do Bohumína náhodně vystrčí hlavu z okna na pět vteřin nad kolejiště pro protější směr. Jaká je pravděpodobnost, že mu bude uražena? (Předpokládáme, že jiné než zmíněné vlaky na trati nejezdí).

- vzájemná rychlost protijedoucích vlaků je 40 m/s, protijedoucí vlak mine Jardovo okno za dvě a půl sekundy.
- Prostor všech možností je tedy úsečka $\langle 0, 1800s \rangle$,

Vlak s Těšína

Z Těšína vyjíždí vlak co půl hodinu (směrem na Bohumín) a z tohoto směru přijíždějí vlaky také každé půl hodiny. Předpokládám, že vlaky se mezi dvěma stanicemi pohybují rovnoměrnou rychlostí 72 km/h a jsou dlouhé 100 metrů, cesta trvá 30 minut, vlaky se míjejí někde na trase. Hazardér Jarda si vybere jeden z těchto vlaků a během cesty z Těšína do Bohumína náhodně vystrčí hlavu z okna na pět vteřin nad kolejiště pro protější směr. Jaká je pravděpodobnost, že mu bude uražena? (Předpokládáme, že jiné než zmíněné vlaky na trati nejezdí).

- vzájemná rychlost protijedoucích vlaků je 40 m/s, protijedoucí vlak mine Jardovo okno za dvě a půl sekundy.
- Prostor všech možností je tedy úsečka $\langle 0, 1800s \rangle$,
- prostor "příznivých" možností je úsečka délky 7,5 ležící někde uvnitř předchozí úsečky.

Vlak s Těšína

Z Těšína vyjíždí vlak co půl hodinu (směrem na Bohumín) a z tohoto směru přijíždějí vlaky také každé půl hodiny. Předpokládám, že vlaky se mezi dvěma stanicemi pohybují rovnoměrnou rychlostí 72 km/h a jsou dlouhé 100 metrů, cesta trvá 30 minut, vlaky se míjejí někde na trase. Hazardér Jarda si vybere jeden z těchto vlaků a během cesty z Těšína do Bohumína náhodně vystrčí hlavu z okna na pět vteřin nad kolejiště pro protější směr. Jaká je pravděpodobnost, že mu bude uražena? (Předpokládáme, že jiné než zmíněné vlaky na trati nejezdí).

- vzájemná rychlost protijedoucích vlaků je 40 m/s, protijedoucí vlak mine Jardovo okno za dvě a půl sekundy.
- Prostor všech možností je tedy úsečka $\langle 0, 1800s \rangle$,
- prostor "příznivých" možností je úsečka délky 7,5 ležící někde uvnitř předchozí úsečky.
- Pravděpodobnost uražení hlavy je tedy $\frac{7,5}{1800}$

Viditelnost

Určete, které neprůhledné strany konvexního čtyřúhelníka s vrcholy $[50, 120], [50, 40], [60, 100], [50, 120]$ osvětlí zdroj $[10, 0]$.

Viditelnost

Určete, které neprůhledné strany konvexního čtyřúhelníka s vrcholy $[50, 120], [50, 40], [60, 100], [50, 120]$ osvětlí zdroj $[10, 0]$.

- Nejprve je třeba určit strany čtyřúhelníka (správné pořadí vrcholů): $[30, 30], [50, 40], [60, 100], [50, 120]$.

Viditelnost

Určete, které neprůhledné strany konvexního čtyřúhelníka s vrcholy $[50, 120], [50, 40], [60, 100], [50, 120]$ osvětlí zdroj $[10, 0]$.

- Nejprve je třeba určit strany čtyřúhelníka (správné pořadí vrcholů): $[30, 30], [50, 40], [60, 100], [50, 120]$.
- Po spočítaní příslušných determinantů (viz. přednáška) zjistíme že jsou vidět hrany $[30, 30], [50, 40]$ a $[50, 120], [30, 30]$.

Obsah čtyřúhelníka

Určete obsah čtyřühelníka s vrcholy $[10, 0], [5, 13], [-2, 5], [0, -5]$

Obsah čtyřúhelníka

Určete obsah čtyřúhelníka s vrcholy $[10,0],[5,13],[-2,5],[0,-5]$
Rozdělíme na dva trojuhelníky a spočítáme pomocí vzorce s přednášky

$$S=\frac{1}{2}\det\begin{pmatrix}12 & -5\\ 7 & 8\end{pmatrix}+\det\begin{pmatrix}2 & 10\\ 12 & -5\end{pmatrix}=\frac{241}{2}$$

Plán cvičení

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(0)$.

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(0)$.
- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(1)$.

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(0)$.
- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(1)$.
- M je množina přímek v rovině, dvě přímky jsou v relaci, jestliže se neprotínají.

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(0)$.
- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(1)$.
- M je množina přímek v rovině, dvě přímky jsou v relaci, jestliže se neprotínají.
- M je množina přímek v rovině, dvě přímky jsou v relaci, jestliže jsou rovnoběžné.

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(0)$.
- $M = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $(f \sim g) \Leftrightarrow f(0) = g(1)$.
- M je množina přímek v rovině, dvě přímky jsou v relaci, jestliže se neprotínají.
- M je množina přímek v rovině, dvě přímky jsou v relaci, jestliže jsou rovnoběžné.
- $M = \mathbb{N}$, $(m \sim n) \Leftrightarrow S(m) + S(n) = 20$, kde $S(n)$ značí ciferný součet čísla n.

Počet injektivních zobrazení mezi množinami

Určete počet injektivních zobrazení množiny $\{1, 2, 3\}$ do množiny $\{1, 2, 3, 4\}$.

Počet surjektivních zobrazení mezi množinami

Určete počet surjektivních zobrazení množiny $\{1, 2, 3, 4\}$ na množinu $\{1, 2, 3\}$.

Počet ekvivalencí na množině

Určete počet relací ekvivalencena množině $\{1, 2, 3\}$.

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $(a \sim b) \iff \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$.

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $(a \sim b) \iff \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$.
- $M = \{X | X \subset \mathbb{N}\}$, $(X \sim Y) \iff (X \cup Y$ je konečná množina.

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $(a \sim b) \iff \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$.
- $M = \{X | X \subset \mathbb{N}\}$, $(X \sim Y) \iff (X \cup Y$ je konečná množina.
- $M = \{X | X \subset \mathbb{N}\}$, $(X \sim Y) \iff (X \cap Y$ je konečná množina.

Ekvivalence ano či ne

Rozhodněte, zda následující relace na množině M jsou relace ekvivalence:

- $M = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $(a \sim b) \iff \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$.
- $M = \{X | X \subset \mathbb{N}\}$, $(X \sim Y) \iff (X \cup Y$ je konečná množina.
- $M = \{X | X \subset \mathbb{N}\}$, $(X \sim Y) \iff (X \cap Y$ je konečná množina.
- M je množina čtvercových matic 2×2, $(A \sim B) \iff AB = BA$.

Středová souměrnost

Co vznikne složením dvou středových souměrností v rovině podle různých středů? Co složením tří středových souměrností podle různých středů? Obecně složením sudého či lichého počtu středových symetrií? Odpovědi zdůvodněte.