

Dodatečný zápočtový test – 1. termín

Zadání Vám zůstává. Odevzdáváte pouze přiložený list, kde pouze vyplníte: Vaše jméno, UČO a za pod sebou napsaná čísla 1, 2, ..., 14, 15 uvedete výsledky příslušných příkladů, tj. Vaše odpovědi v podobě osamoceného (nejvýše jednoho) výsledku bez jakýchkoli komentářů či poznámek! (Tři příklady budou uvedeny na tabuli.) Pokud jste nějaký příklad neřešili, odpovídající řádek proškrtněte. Poté se podepište!

Počítat máte nejvýše 12 příkladů dle vlastní volby! Tedy alespoň tři řádky musíte proškrtnout!

Příklad 1 (5 bodů). Vyjádřete racionální ryze lomenou funkci

$$\frac{2x^3 + 6x^2 + x - 2}{x^4 - 2x^3}$$

ve tvaru tzv. parciálních zlomků.

Příklad 2 (5 bodů). Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x}.$$

Příklad 3 (5 bodů). Určete maximální hodnotu, jež v nějakém reálném bodě nabývá funkce $\sqrt[3]{x}e^{-x}$. Případně uveďte pouhé „neexistuje“.

Příklad 4 (5 bodů). Napište Taylorův polynom třetího stupně funkce $x^3 - 2x + 5$ v bodě $x_0 = 1$.

Příklad 5 (5 bodů). Například pomocí metody per partes určete

$$\int x \cdot \ln^2 x \, dx.$$

Uvažujte pouze $x > 0$.

Příklad 6 (5 bodů). Vyčíslete nevlastní integrál

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + e^x + 1} \, dx.$$

Příklad 7 (5 bodů). Sečtěte konvergentní řadu $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$.

Příklad 8 (5 bodů). Rozhodněte, zda řada $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \operatorname{tg} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ konverguje absolutně, nebo relativně, nebo zda diverguje k $+\infty$, resp. k $-\infty$, či dokonce osciluje. Uveďte právě jednu z uvedených možností.

Příklad 9 (5 bodů). Určete poloměr konvergence mocninné řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2\sqrt{n}}$.

Příklad 10 (5 bodů). Funkci e^x vyjádřete jako nekonečný polynom se členy

$$a_n(x-1)^n.$$

Příklad 11 (5 bodů). Pomocí vhodného rozvoje stanovte kosinus v bodě $x = \frac{\pi}{200}$ s chybou menší než 10^{-6} . Výsledek můžete pochopitelně ponechat v neupravené podobě!

Příklad 12 (5 bodů). Nalezněte všechna (i konstantní) řešení rovnice

$$y' \cos^2 x = (1 + \cos^2 x) \cdot \sqrt{1 - y^2}.$$

Hodně štěstí u zkoušky!

Dodatečný zápočtový test – 2. termín

Zadání Vám zůstává. Odevzdáváte pouze přiložený list, kde pouze vyplníte: Vaše jméno, UČO a za pod sebou napsaná čísla 1, 2, . . . , 14, 15 uvedete výsledky příslušných příkladů, tj. Vaše odpovědi v podobě osamoceného (nejvýše jednoho) výsledku bez jakýchkoli komentářů či poznámek! (Tři příklady budou uvedeny na tabuli.) Pokud jste nějaký příklad neřešili, odpovídající řádek proškrtněte. Poté se podepište!

Počítat máte nejvýše 12 příkladů dle vlastní volby! Tedy alespoň tři řádky musíte proškrtnout!

Příklad 1 (5 bodů). Nalezněte polynom nejvýše třetího stupně, který v bodě 1 nabývá hodnoty 4, v bodě 2 hodnoty 9 a jenž má v bodě 0 derivaci rovnu -2, zatímco v bodě 1 je jeho derivace rovna 1.

Příklad 2 (5 bodů). Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(3^{\frac{1}{x}} - 2^{\frac{1}{x}} \right).$$

Příklad 3 (5 bodů). Pro $x > e$ stanovte počet nulových bodů (tj. bodů, ve kterých nabývá hodnoty 0) derivace $g := f'$ funkce

$$f(x) := \operatorname{arctg} \frac{\ln(x)}{\ln(x) - 1}.$$

Příklad 4 (5 bodů). Za pomoci diferenciálu přibližně vypočítejte $\operatorname{arccotg} 1,02$.

Příklad 5 (5 bodů). Určete pro $x > 0$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx.$$

Příklad 6 (5 bodů). Vypočtěte délku grafu funkce

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

na intervalu $[-1, 2]$.

Příklad 7 (5 bodů). Sečtěte řadu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4^{2n-1}} + \frac{2}{4^{2n}} \right).$$

Příklad 8 (5 bodů). Určete všechna reálná $A \geq 0$, pro která $\sum_{n=100}^{\infty} (-1)^n \ln(1 + A^{2n})$ konverguje. Doplňte, že jsou to právě ta $A \geq 0$, pro která uvažovaná řada konverguje absolutně.

Příklad 9 (5 bodů). Uvedte funkci, jejíž Taylorova řada je

$$y - \frac{y^3}{3} + \frac{y^5}{5} - \dots,$$

přičemž $y \in [-1, 1]$.

Příklad 10 (5 bodů). Rozviňte funkci $\frac{1}{3-2x}$ v Maclaurinovu (tj. Taylorovu se středem v počátku) řadu.

Příklad 11 (5 bodů). Najděte mocninný rozvoj funkce

$$\int_0^x e^{-t^2} dt.$$

Příklad 12 (5 bodů). Vyřešte

$$y' - 3x^2y = (x + 2)e^{x^3}.$$

Hodně štěstí u zkoušky!