polynom nemá kořeny ⇒

⇒ není dělitelný žádným lineárním polynomem

pokud by daný polynom byl reducibilní,
pak by musel být dělitelný polynomem
stupně 2:

$$x^4+x^3+x+2=\overbrace{(k_1x^2+ax+b)}^{\cdot k_1^{-1}}\overbrace{(k_2x^2+cx+d)}^{\cdot k_2^{-1}}$$

$$k_1k_2=1 \Rightarrow k_1^{-1}\cdot k_2^{-1}=1$$

$$x \qquad (x^2+\underbrace{k_1^{-1}a}_{a'}x+\underbrace{k_1^{-1}b}_{b'})(x^2+\underbrace{k_2^{-1}c}_{c'}x+\underbrace{k_2^{-1}d}_{d'})$$

$$x^4+x^3+x+2=(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$$

x^0: $bd=2 \Rightarrow b=1,\ d=2$

x^1: $1=ad+bc=2a+c=1$

x^3: $c+a=1 \Rightarrow c=1-a$ $\Bigg\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2a+1-a=1 \Rightarrow a=0 \Rightarrow c=1$$

$$x^4+x^3+x+2=(x^2+1)(x^2+x+2)=$$

$$=x^4+x^3+\cancel{2x^2}+\cancel{x^3}+x+2=$$

$$x^4+x^3+x+2$$

Od množiny všech polynomů stupně 3 odečteme reducibilní polynomy, tj.
3. mocniny lineárních a součiny lineárních s kvadratickými ireducibilními.

$$7 \equiv 7 \quad (100)$$
$$7^2 \equiv 49 \quad (100)$$
$$7^3 \equiv 43 \quad (100)$$
$$7^4 \equiv 1 \quad (100)$$
$$7^5 \equiv 7^4 \cdot 7 = 1 \cdot 7 = 7 \quad (100)$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$(7^9)^9 = 7^{9 \cdot 9}$$

$$7^{9^9} = \underline{\underline{7^{(9^9)}}}$$

Stačí zjistit zbytek čísla 9^9 po dělení čtyřmi:

$$9 \equiv 1 \quad (4)$$
$$9^9 \equiv 1^9 = 1 \quad (4)$$

$$7^{9^9} = 7^{4k+1} \equiv (7^{4k}) \cdot 7 \equiv 1 \cdot 7 = 7 \; (100)$$

Dané číslo je zjevně kořenem polynomu

$x^{2007}-2$ $\alpha = \sqrt[2007]{2}$

$st(p(x)) < 2007$ | nejmenšího stupně s kořenem α

Nechť $p(x)$ je polynom s kořenem $\sqrt[2007]{2}$.
Pak dokážeme $p(x) \mid x^{2007}-2$.

$$x^{2007}-2 = p(x)\cdot q(x) + r(x) \qquad st(r(x)) < st(p(x))$$

$$(x^{2007}-2)(\sqrt[2007]{2}) = p(\alpha)\cdot q(\alpha) + r(\alpha)$$

$$0 = 0 + r(\alpha) \Rightarrow$$

α je kořenem $r(x) \Rightarrow$
$r(x) = 0$

$p(x) \mid x^{2007}-2$

$x^{2007}-2$ je ireducibilní

$p(A) = p($Mirek hodí víc orlů$) =$

$= p($Mirek hodí víc hlav$) =$

$= p($Mirek hodí nejvýše tolik orlů co Marek$) =$ $p(\bar{A})$

$A \ldots$ Mirek hodí více orlů

$\bar{A} \ldots$ Mirek hodí nejvýše tolik orlů co Marek

$$p(A) = p(\bar{A}) = 1 - p(A) \Rightarrow p(A) = \frac{1}{2}$$

Označme n celkový počet chyb v textu.
Protože 1. korektor nalezl a chyb,
můžeme uvažovat, že pst. odhalení jedné
chyby 1. korektorem je $\frac{a}{n}$

2. korektor .... $\frac{b}{n}$

pst. toho, že oba odhalí danou chybu
je $\frac{c}{n}$

Tedy $\frac{c}{n} = \frac{a}{n} \cdot \frac{b}{n} \Rightarrow$

$\Rightarrow n = \frac{a \cdot b}{c}$

neodhalené chyby $n - (a + b - c)$

$P(A|B)$ - pravděpodobnost jevu A za podmínky B.

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

A ... v rodině je více chlapců

B ... v rodině je alespoň 1 chlapec

$$\mu(A|B) = \frac{\mu(A\cap B)}{\mu(B)} = \frac{\mu(A)}{\mu(B)} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{31}{32}} = \frac{16}{31}$$

Nechť A_i je systém (nezávislých) disjunktních jevů takových, že jejich sjednocením je jistý jev. Pak

$$P(B) = \sum_i P(B/A_i) \cdot P(A_i)$$

$$P(B) = P(B \cap \Omega) = P\Big(B \cap \big(\bigcup_i A_i\big)\Big) =$$

$$= P\Big(\bigcup_i (B \cap A_i)\Big) = \sum_i P(B \cap A_i) =$$

$$= \sum_i P(B/A_i) \cdot P(A_i)$$

$$p(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{\sum_i P(B/A_i)P(A_i)} = \frac{P(B/A)\cdot P(A)}{\sum_i P(B/A_i)P(A_i)}$$

A_3 ... vytažená kulička je ze třetího klobouku

B ... vytažená kulička je bílá

A_i ... vytažená k. je z i-tého klobouku

$$p(B) = \sum_{i=1}^{5} P(B/A_i)\cdot P(A_i) =$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5}$$

$$P(A_3|B) = \frac{P(A_3 \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5}}$$

Diskrétní náhodná veličina X

x spojitá náhodná veličina X

$X : A \to \mathbb{R}$

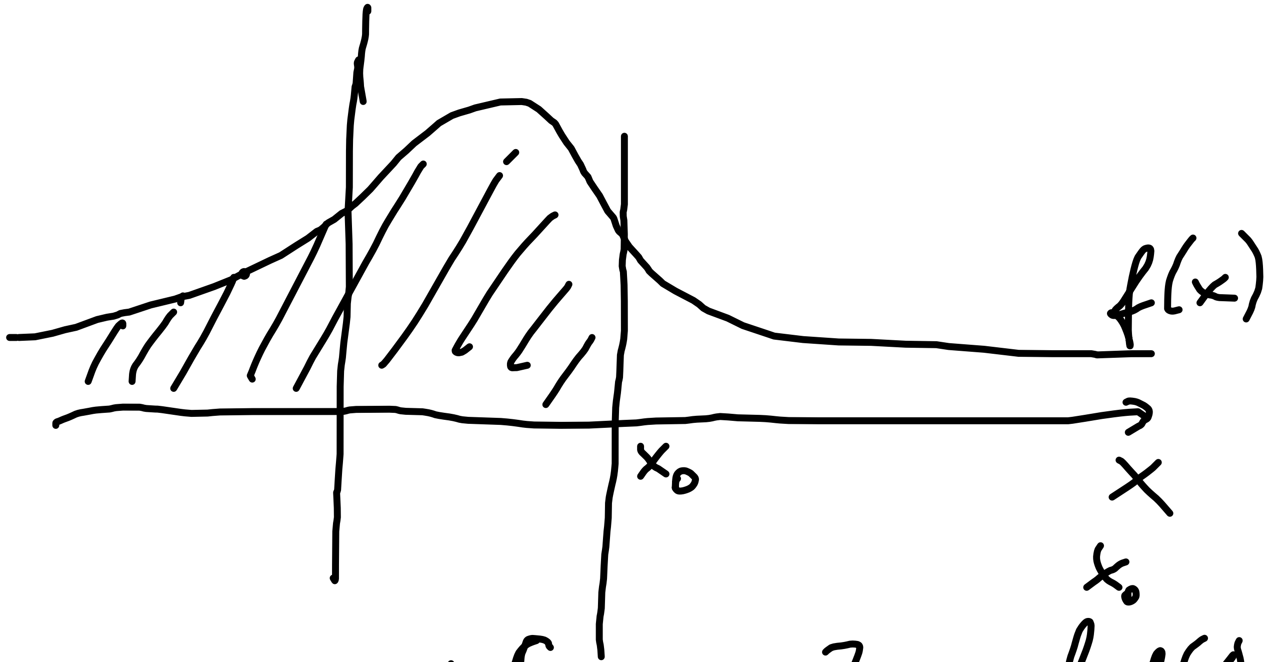
$P[X \leq x] = F(x)$ ... distribuční funkce

diskrétní náhodné veličiny: $\exists x_1, x_2, \ldots$

$$\sum_i P[X = x_i] = 1$$

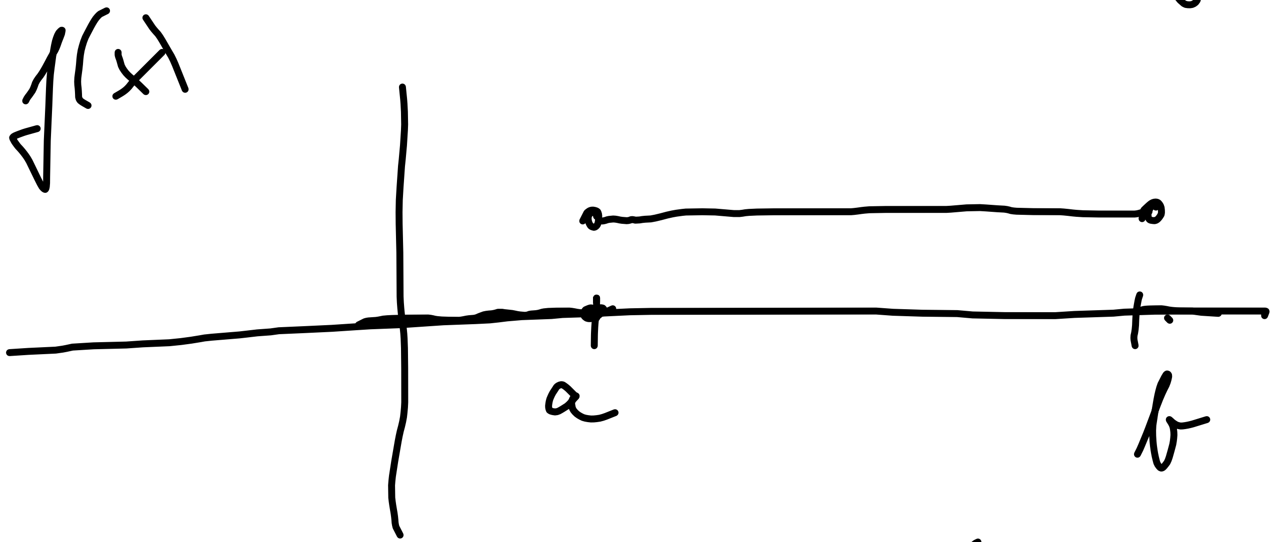
Spojitá náhodná veličina X je taková, že ex. nezáporná fce f:

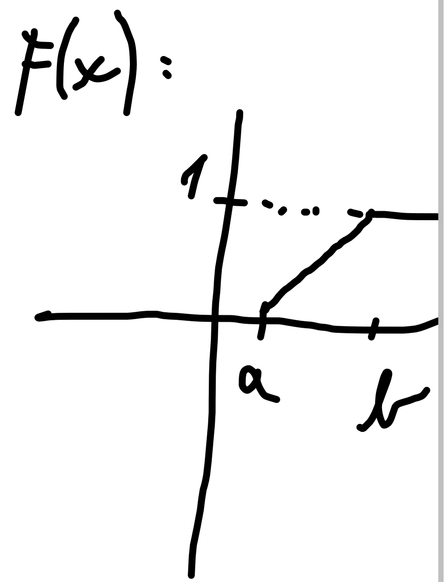
$$F(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$



$$P[X \leq x_0] = \int_{-\infty}^{x_0} f(t)\,dt$$

Rovnoměrné rozdělení hustoty na $[a,b]$:





$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq a \\ \frac{1}{b-a} & \text{pro } a < x < b \\ 0 & \text{pro } x \geq b \end{cases}$$

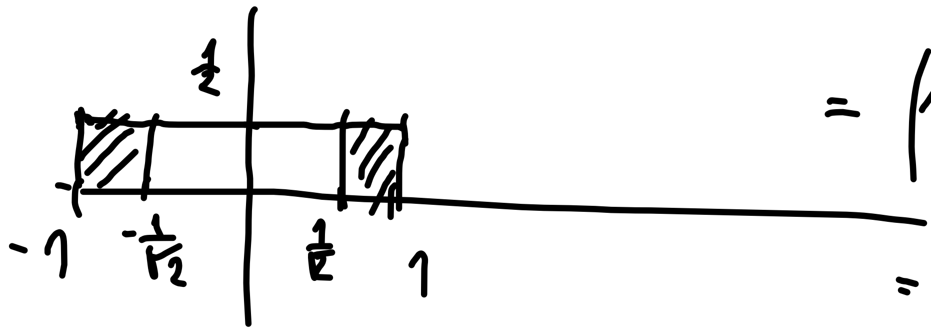
$$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{pro } a < x < b \\ 1 & \text{pro } x \geq b \end{cases}$$

$$P\left[X^2 > \frac{1}{2}\right] \quad ?$$

Hustota tohoto rozdělení

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \le -1 \\ \frac{1}{2} & \text{pro } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{pro } x \ge 1 \end{cases}$$

$$P\left[X^2 > \frac{1}{2}\right] = P\left[|X| > \frac{1}{\sqrt{2}}\right] = P\left[X > \frac{1}{\sqrt{2}}\right] + P\left[X < -\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$



$$= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$