

# MB104 – 9. demonstrováná cvičení

## Pravděpodobnost a střípek ze statistiky

Masarykova univerzita  
Fakulta informatiky

30.4. 2007

- 1 Řešení písemky
- 2 Řešení domácích úloh z minulého týdne
- 3 Návodné úlohy

**Příklad 1.** V lineárním  $(6, 3)$ -kódu nad  $\mathbb{Z}_2$  zadaném maticí

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

byla přijata zpráva 110100. Dekódujte ji (tj. nalezněte odesílanou zprávu) za předpokladu, že při přenosu došlo k nejmenšímu možnému počtu chyb.

**Příklad 1.** V lineárním  $(6, 3)$ -kódu nad  $\mathbb{Z}_2$  zadaném maticí

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

byla přijata zpráva 110100. Dekódujte ji (tj. nalezněte odesílanou zprávu) za předpokladu, že při přenosu došlo k nejmenšímu možnému počtu chyb.

**Řešení.** 101



**Příklad 2.** Stanovte hodnotu parametru  $a \in \mathbb{R}$  tak, aby funkce

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ ax^2 & \text{pro } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{pro } x \geq 2 \end{cases}$$

zadávala hustotu pravděpodobnosti náhodné veličiny  $X$  a spočtěte její střední hodnotu.

**Řešení.**

□

**Příklad 3.** Necht' náhodné veličiny  $U$ ,  $V$  mají diskrétní rozdělení určené následující tabulkou ( $U$  může nabývat hodnot 1, 2, veličina  $V$  potom hodnot 1, 2 a 3):

	$V$		
$U$	1	2	3
1	0,1	0,2	0,2
2	0,2	0,1	0,2

Najděte marginální rozdělení obou náhodných veličin, jejich střední hodnoty, rozptyly a korelační koeficient.

- 1 Řešení písemky
- 2 Řešení domácích úloh z minulého týdne
- 3 Návodné úlohy

**Příklad 1.** *V lese, jehož hranice tvoří na mapě pravidelný šestiúhelník se ztratilo dítě. Předpokládejme, že pravděpodobnost toho, že dítě je v určité části lesa, je úměrná pouze velikosti této části, nikoliv jejímu umístění.*

- *Jaké je rozdělení pravděpodobnosti vzdálenosti dítěte od zvolené strany (přímky) lesa*
- *Jaké je rozdělení pravděpodobnosti vzdálenosti dítěte od nejbližší strany lesa*



**Řešení.** Necht'  $a$  je strana šestiúhelníka. Pak rozdělení pravděpodobnosti je

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ \frac{4}{9a^2}x + \frac{2}{3\sqrt{3}a} & \text{pro } 0 < x \leq \frac{1}{2}\sqrt{3}a \\ -\frac{4}{9a^2}x + \frac{2}{\sqrt{3}a} & \text{pro } \frac{1}{2}\sqrt{3}a \leq x \leq \sqrt{3}a \\ 0 & \text{pro } x > \sqrt{3}a \end{cases},$$

pro část  $a$ . Část  $b$  byla spočítána na demo cvičení jako část  $a$  stejného příkladu pro trojúhelník. □

**Příklad 2.** *Tři dorostenci kopou po jednom pokutovém kopu. První bude úspěšný s pravděpodobností 0,8, druhý s pravděpodobností 0,7 a třetí s pravděpodobností 0,9. Určete rozdělení pravděpodobnosti celkového počtu vstřelených branek a jeho střední hodnotu.*

**Příklad 2.** *Tři dorostenci kopou po jednom pokutovém kopu. První bude úspěšný s pravděpodobností 0,8, druhý s pravděpodobností 0,7 a třetí s pravděpodobností 0,9. Určete rozdělení pravděpodobnosti celkového počtu vstřelených branek a jeho střední hodnotu.*

**Řešení.** To je snad zřejmé. □

**Příklad 3.** *Nechť náhodné veličiny  $U$ ,  $V$  mají diskrétní rozdělení určené následující tabulkou ( $U$  může nabývat hodnot 1, 2, veličina  $V$  potom hodnot 1, 2 a 3):*

	$V$		
$U$	1	2	3
1	0,1	0,2	0,3
2	0,2	0,1	0,1

*Najděte marginální rozdělení obou náhodných veličin, jejich střední hodnoty, rozptyly a korelační koeficient.*

**Příklad 3.** Necht' náhodné veličiny  $U$ ,  $V$  mají diskrétní rozdělení určené následující tabulkou ( $U$  může nabývat hodnot 1, 2, veličina  $V$  potom hodnot 1, 2 a 3):

	V		
U	1	2	3
1	0,1	0,2	0,3
2	0,2	0,1	0,1

Najděte marginální rozdělení obou náhodných veličin, jejich střední hodnoty, rozptyly a korelační koeficient.

**Řešení.**  $EU = 1 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,4 = 1,4$ ,  $EU^2 = 0,4 + 4 \cdot 0,6 = 2,8$   
 $EV = 0,4 + 0,6 + 1,2 = 2,1$ ,  $EV^2 = 0,3 + 1,2 + 3,6 = 5,1$ ,  
 $E(UV) = 2,8$ ,  $\text{var}(U) = 2,8 - 1,4^2 = 2,8 - 1,96 = 0,84$ ,  
 $\text{var}(V) = 5,1 - 4,41 = 0,69$ ,  
 $\text{cov}(UV) = 2,8 - 1,4 \cdot 2,1 = -0,14$ ,  $\rho_{U,V} = \frac{-0,14}{\sqrt{0,84 \cdot 0,69}}$ . □

**Příklad 1.** *Pro náhodnou veličinu s hustotou*

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{pro } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

*najděte distribuční funkci a pravděpodobnost  $P[1/3 < x < 2/3]$ .*

**Řešení.**

□

**Příklad 2.** *V loterii je  $m_i$  výher s hodnotou  $q_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ . Má být vydáno  $N$  losů. Určete cenu losu tak, aby střední hodnota výhry na jeden los byla rovna polovině jeho ceny.*

**Řešení.**



**Příklad 3.** *Dvojice součástek má dobu života popsánu sdruženou hustotou*

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x-\frac{y}{2}} & \text{pro } x > 0, y > 0, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

*Určete pravděpodobnost toho, že druhá součáстка přežije první.*



**Příklad 3.** *Dvojice součástek má dobu života popsánu sdruženou hustotou*

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x-\frac{y}{2}} & \text{pro } x > 0, y > 0, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

*Určete pravděpodobnost toho, že druhá součáстка přežije první.*

**Řešení.**

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_x^{\infty} e^{-x-\frac{y}{2}} dy dx = \frac{2}{3}$$

□

- 1 Řešení písemky
- 2 Řešení domácích úloh z minulého týdne
- 3 Návodné úlohy**

Agentura pro výzkum veřejného mínění pořádá průzkum volebních preferencí pěti vybraných politických stran. Kolik náhodně vybraných respondentů se musí výzkumu zúčastnit, aby byly s pravděpodobností 0,95 výsledky průzkumu v rozmezí  $\pm 2\%$  od skutečných preferencí?

Kritické hodnoty normovaného normálního rozdělení  $N(0, 1)$

$\alpha$	0,5	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
$z(\alpha)$	0	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090