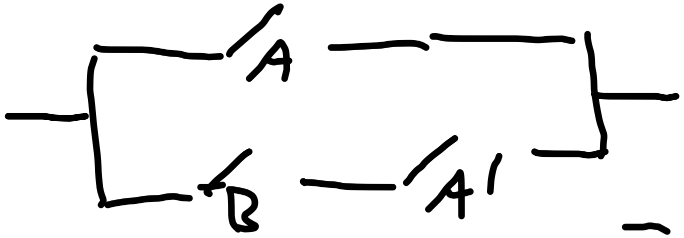
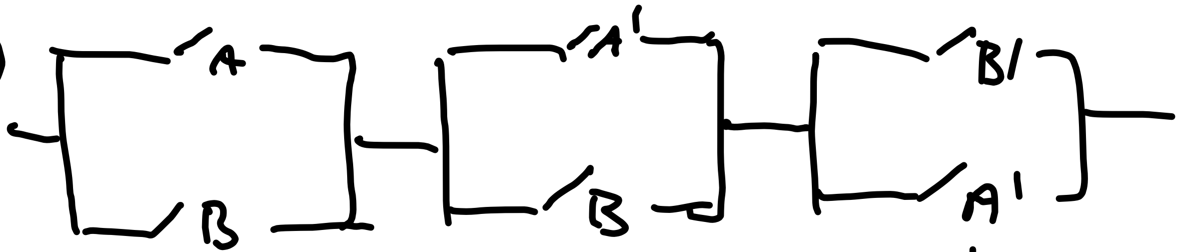
(1)



$$A \vee (B \wedge A') \underset{\text{distributivita } \vee}{=} (A \vee B) \wedge (A \vee A') = A \vee B$$

(2)



$$(A \vee B) \wedge (A' \vee B) \wedge (B' \vee A') =$$

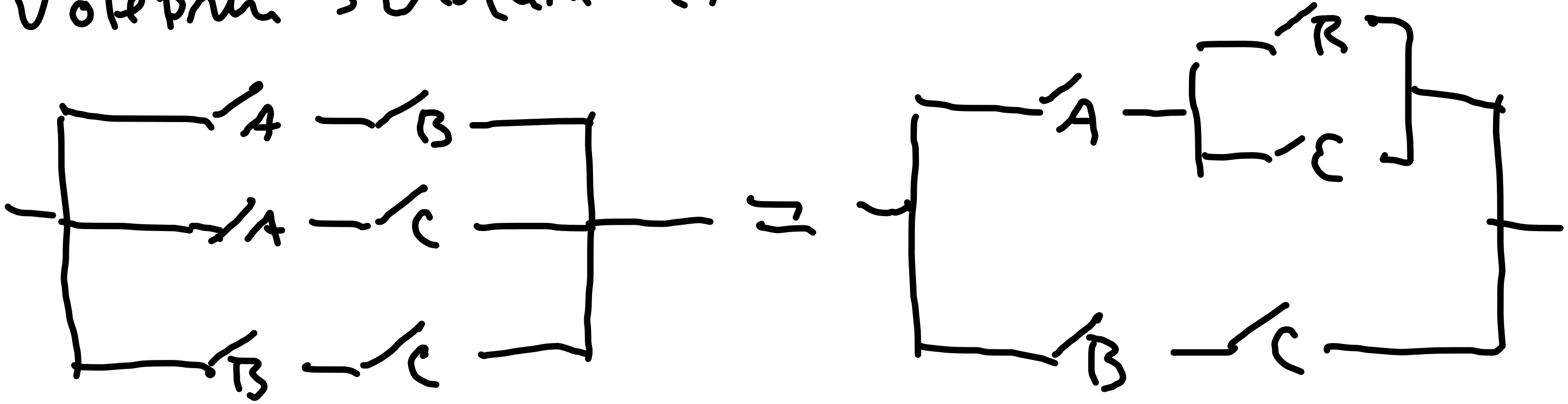
$$= (A \vee B) \wedge [((A' \vee B) \wedge B') \vee ((A' \vee B) \wedge A')] =$$

$$= (A \vee B) \wedge [(A' \wedge B') \vee (\cancel{B \wedge B'}) \vee A'] =$$

$$= (A \vee B) \wedge ((A' \wedge B') \vee A') = (A \vee B) \wedge \underbrace{\underbrace{(A' \vee A')}_{A'} \wedge (B' \vee A')}_{A'}$$

$$= (A \vee B) \wedge A' = (A \wedge A') \vee (B \wedge A') = B \wedge A'$$

Volební schránka:



A	B	C	$\bar{A}_1$	$\bar{A}_2$	$\dots$	$[B \vee (A \wedge C)] \wedge ((A \vee C) \wedge B)'$
0	0	0	1	0		0
0	0	1	0	1		0
0	1	0	0	0		1
0	1	1	0	0		0
1	0	0	0	0		0
1	0	1	0	0		1
1	1	0	0	0		0
1	1	1	0	0		0

Atomy jsou $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_8$

$\bar{A}_1 = A' \wedge B' \wedge C'$

$\bar{A}_2 = A' \wedge B' \wedge C$

$\vdots$

Disj. norm. forma: $(A' \wedge B \wedge C') \vee (A \wedge B' \wedge C)$

Def: A je atom v K (↳ Bool. alg.), jestliže $\forall B \in K$ platí

$A \wedge B = A$ nebo

$A \wedge B = 0$

Chceme: A je atom $\Leftrightarrow \forall B \in K$: $A \leq B$ nebo $A \leq B'$

Připomeneme: $A \leq B$ právě když $A \wedge B = A$

(nebo ekvivalentně) $A \vee B = B$

Řešení: ① $A \wedge B = A$ právě když $A \leq B$

② Ukážeme, že $A \wedge B = 0$ právě když $A \leq B'$

• Předp., že $A \wedge B = 0$ / $\vee B'$

$(A \wedge B) \vee B' = B'$

$(A \vee B') \wedge \underbrace{(B \vee B')}_{1} = B'$

$A \vee B' = B'$

tedy $A \leq B'$

• Předp. $A \leq B'$, tj. $A \wedge B' = A$ / $\wedge B$

$(A \wedge B') \wedge B = A \wedge B$

$\underbrace{A \wedge \underbrace{(B' \wedge B)}_{0}}_{0} = A \wedge B$

$0 = A \wedge B$

Podgrupy $S_3 = \{id, a, b, c, d, e\}$

	1	2	3
id	1	2	3
a	3	1	2
b	2	3	1
c	1	3	2
d	3	2	1
e	2	1	3

$b = a^2$, $c^2 = id = d^2 = e^2$

podgrupy

$I = \{id\}$

$A = \{id, a, b\}$ ← podgrupa sudých permutací

$B_1 = \{id, c\}$

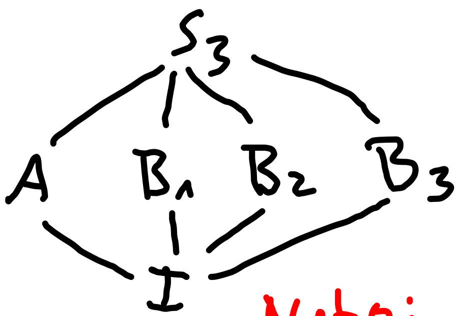
$B_2 = \{id, d\}$

$B_3 = \{id, e\}$

S_3

Celkem 6 podgrup.

Hasse diagram



- Je to svaz (suprema, infima existují)
- $A \vee B_1 = S_3$, $A \vee B_2 = S_3$
  $A \wedge B_1 = I$, ale $A \wedge B_2 = I$
  $\rightarrow$ doplněk není jednoznačný

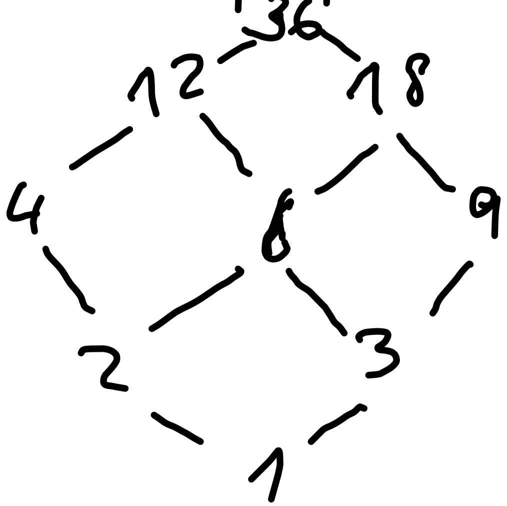
Nebo: $A \wedge (B_1 \vee B_2) = A \wedge S_3 = A$

$(A \wedge B_1) \vee (A \wedge B_2) = I \vee I = I$

$\Rightarrow \wedge$ není distributivní

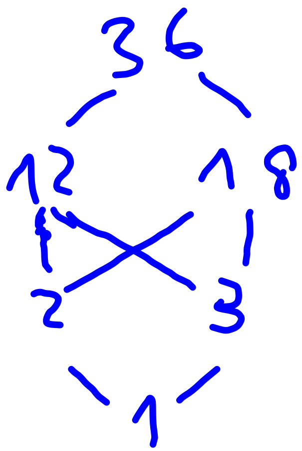
Dělitelé $36 = 4 \cdot 9 = 2^2 \cdot 3^2$

jsou 1, 2, 3, 6, 4, 9, 12, 18, 36



je svaz dělitelů 36

Tvoří dělitelé 1, 2, 3, 12, 18, 36 svaz?



- je usp. množina
- není svaz

  horní závory {2,3} jsou 12, 18, 36

  Nejm. prvek {12, 18, 36} neexistuje.
- tedy není Booleova algebra