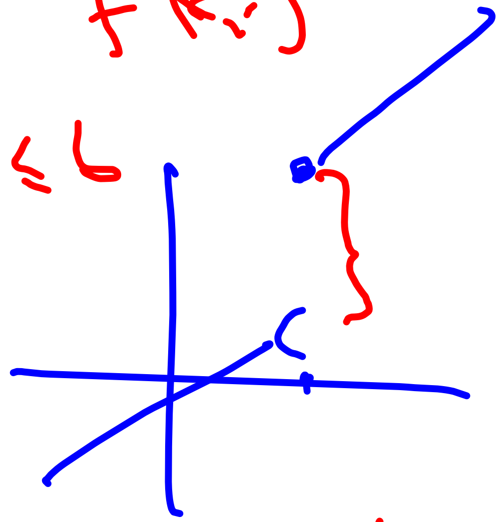
$$P(a<X\le b)=\sum_{a<x_i\le b} f(x_i)$$



$$dP = f\,dx$$

Riemann–Stieltjesův int.

$$\underbrace{\sum_i f(\xi_i)(x_{i+1}-x_i)}$$

$$\int f\,dF(x)$$

rostoucí $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$\sum_i f(\xi_i)\big(F(x_{i+1})-F(x_i)\big)$$

$$F(a,b) = \int_{-\infty}^{a} \int_{-\infty}^{b} f(x,y)\,dx\,dy$$

distr. f-ce X, Y

$$F(a,b) = G(a)\,H(b)$$

$\Rightarrow$ X a Y jsou <u>stochasticky</u>

<u>nezávislé!</u>

Číselné charakteristiky

důležité

$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$E_g(X) = \begin{cases} \sum_i g(x_i) \cdot f(x_i) \\ \int g(x) f(x)\, dx \end{cases}$$

spojité

Lemma: 1) $g = ah$, $a = \text{konst}$

$\Rightarrow E_g(X) = a\, E_h(X)$

2) $g = \text{konst} = a \Rightarrow E_a(X) = a$

3) $g = h + k \Rightarrow E_{h+k}(X) = E_h(X) + E_k(X)$

1) Střední hodnota

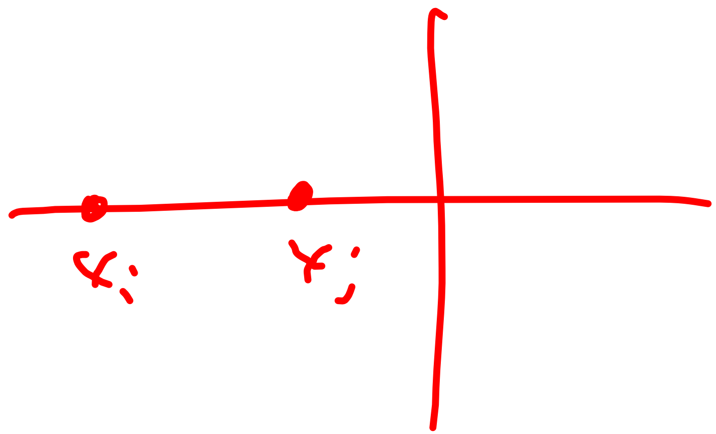
$g = id$

$$E(X) = \begin{cases} \sum\limits_{-\infty}^{\infty} x_i f(x_i) \\ \int\limits_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx \end{cases}$$

značení $E(X)$

μ

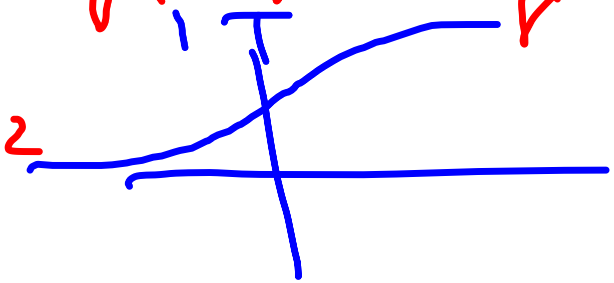
$\langle X \rangle$



② Modus a Medián

modus = takové x pro které nabývá
$f(x)$ maxima

medián = takové x pro které platí
$F(x) = 1/2$



↑
distribuční fce

def ... $F(x) = 1/4,\ 2/4,\ 3/4,$
$1/10,\ 2/10,\ \ldots$
→ kvartily
decily, percentily

③ Rozptyl a směrodatná odchylka

rozptyl

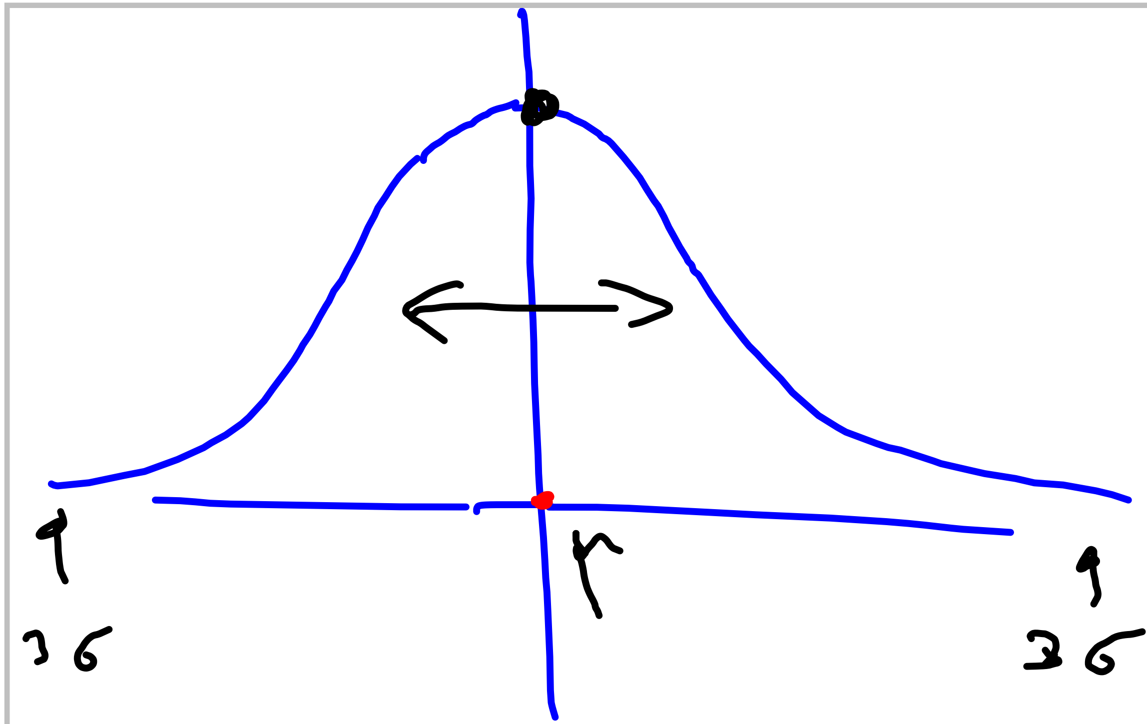
variance

$$V[X] = E[(X-\mu)^2]$$

$$= \begin{cases} \sum_i (x_i-\mu)^2 f(x_i) \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)\, dx \end{cases}$$

Lemma a, b konstanty $\Rightarrow V[a] = 0$

$$V[aX+b] = a^2 V[X]$$



$N[0, 1]$

$\mu \quad \sigma$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$V[X] = \sigma^2$$

σ ... směrodatná odchylka

4 (Centrální) moment

$$\mu_k = E_{x^k}(X) \qquad E[X^k]$$

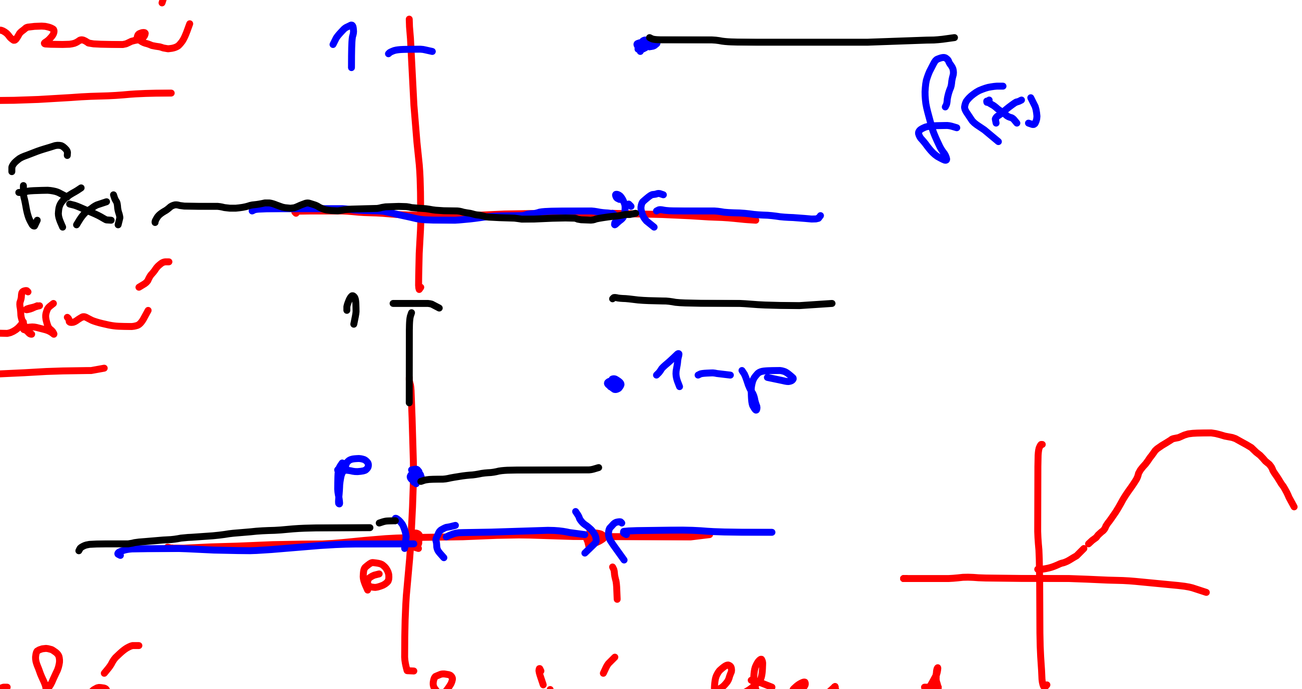
$$\mu_k = \begin{cases} \sum_j x_j^k f(x_j) \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)\,dx \end{cases}$$

$$\nu_k = E[(X-\mu)^k]$$

Základní typy rozdělení

1) degenerované

$Dg(\mu)$



2) alternativní

$A(p)$

3) binomické n opakování altern.

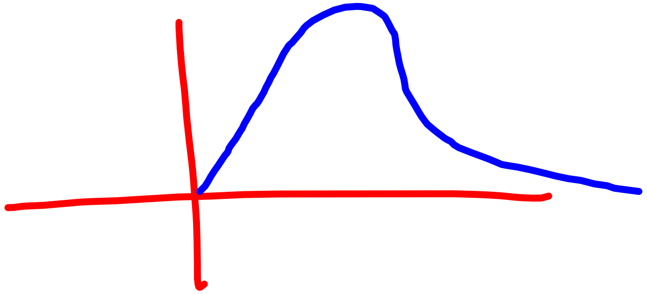
$Bi(n,p)$

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & x=0,\dots,n \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

4) Poisson : počet událostí v časovém intervalu

$Po(\lambda)$

λ je střední počet výskytů v daném intervalu



$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & x = 0, 1, \dots \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

spojité

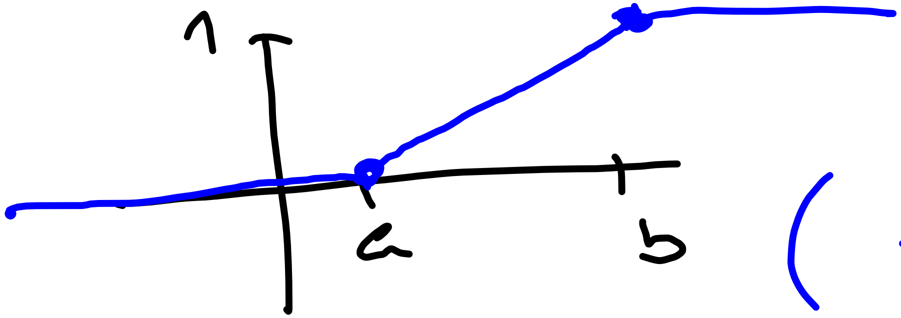
1) Normální (Gaussovo) $N[\mu, \sigma^2]$

aproximuje binomické : $n \to \infty$, p

Poisson : $n \to \infty$, $p \to 0$, $n \cdot p = \lambda$

2) Rovnoměrné rozdělení

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{pro } x \in (a,b) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$



$$E(X) = \frac{a+b}{2}$$

$$\left(= \int_a^b \frac{1}{b-a}\, x \, dx = \frac{1}{2(b-a)} \left[x^2\right]_a^b = \frac{1}{2} \frac{\cancel{(b-a)}(b+a)}{\cancel{b-a}} \right.$$

$$V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$\sigma = \frac{(b-a)}{2\sqrt{3}}$$

3) chi square $\chi^2(\nu)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\nu/2)\, 2^{\nu}} x^{\nu/2-1} e^{-x/2} & \text{pro } x>0 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

pro celá $\nu = n$

$$\chi^2(n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \mu_i)^2}{\sigma_i^2}$$

X_i jsou nezávislé s normálním rozdělením