

MB102 – 10. demonstovaná cvičení

Nevlastní integrály a aplikace

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

22.4. 2008

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 Návodné úlohy

Příklad 1. *Určete integrály*

- $\int \frac{1}{\cos^3(x)} dx,$
- $\int \frac{1}{\cos^2(x) \sin^2(x)} dx.$

Příklad 1. *Určete integrály*

- $\int \frac{1}{\cos^3(x)} dx,$
- $\int \frac{1}{\cos^2(x) \sin^2(x)} dx.$

Řešení.

- $\frac{1}{2} \left(\frac{\sin(x)}{\cos^2(x)} + \ln \left| \frac{1}{\cos(x)} + \tan(x) \right| \right) + C,$
- $\tan(x) - \cotan(x) + C.$



Příklad 2. *Určete integrály*

- $\int x^2 \ln(x) dx,$
- $\int x\sqrt{1+x} dx,$
- $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx,$
- $\int e^{2x} \sin(2x) dx.$

Příklad 2. *Určete integrály*

- $\int x^2 \ln(x) dx,$
- $\int x\sqrt{1+x} dx,$
- $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx,$
- $\int e^{2x} \sin(2x) dx.$

Řešení.

- $\frac{1}{9}x^3(3\ln(x) - 1) + C,$
- $\frac{2}{3}x(1+x)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{15}(1+x)^{5/2} + C,$
- $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2-4} + 2\ln|x + \sqrt{x^2-4}| + C,$
- $\frac{1}{4}e^{2x}(\sin(2x) - \cos(2x)).$



Příklad 3. *Určete integrály*

- $\int \frac{x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1}{x^3 - x^2 + x - 6} dx,$
- $\int \frac{1}{(x^2 - 4x + 4)(x^4 + 4x^2 + 4)} dx.$

Příklad 3. *Určete integrály*

- $\int \frac{x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1}{x^3 - x^2 + x - 6} dx,$
- $\int \frac{1}{(x^2 - 4x + 4)(x^4 + 4x^2 + 4)} dx.$

Řešení.

- $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3} \left(5 \ln(x^2 + x + 3) + \frac{10}{\sqrt{11}} \ln\left(\frac{2}{\sqrt{11}}x + \frac{1}{\sqrt{11}}\right) + \ln(x - 2) \right)$
- $\frac{1}{144} \frac{2x-8}{x^2+2} + \frac{13\sqrt{2}}{432} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{54} \ln(x^2 + 2) - \frac{1}{36(x-2)} - \frac{1}{27} \ln(x - 2).$

□

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 **Návodné úlohy**

Určete následující integrály:

1 $\int_0^4 \frac{dx}{4-x}$

Určete následující integrály:

$$\textcircled{1} \int_0^4 \frac{dx}{4-x} \int_0^1 x \ln x \, dx$$

Určete následující integrály:

$$\textcircled{1} \int_0^4 \frac{dx}{4-x} \int_0^1 x \ln x \, dx \int_{-\infty}^0 x e^x \, dx$$

Určete následující integrály:

$$\textcircled{1} \int_0^4 \frac{dx}{4-x} \int_0^1 x \ln x \, dx \int_{-\infty}^0 x e^x \, dx \int_0^{\infty} \frac{1}{x^2-5x+6} \, dx$$

Určete plochu ohraničenou křivkami $y = x^2 + 1$ a $y = -x^2 + x + 3$.

Určete plochu ohraničenou křivkami $y = x^2 + 1$ a $y = -x^2 + x + 3$.

Určete plochu danou smyčkou křivky $y^2 = x^4(4 + x)$.

Odvoďte vztah pro povrch a objem rotačního kužele.

Rozhodněte, zda konverguje řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n)}.$$