

MB102 – 14. demonstovaná cvičení

Fourierovy řady a konvoluce

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

20.5. 2008

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 Návodné úlohy

Příklad 1. *Uvažujme reálný vektorový prostor funkcí na intervalu $[1, 2]$ generovaný funkcemi $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^3}$. Pomocí Gramm-Schmidtova ortogonalizačního procesu ji doplňte na ortonormální bázi tohoto prostoru (ve skalárním součinu uvažovaném na přednášce).*

Příklad 1. Uvažujme reálný vektorový prostor funkcí na intervalu $[1, 2]$ generovaný funkcemi $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^3}$. Pomocí Gram-Schmidtova ortogonalizačního procesu ji doplňte na ortonormální bázi tohoto prostoru (ve skalárním součinu uvažovaném na přednášce).

Řešení. Gram-Schmidtovým ortogonalizačním procesem s daným skalárním součinem: $f_1(x) = \frac{1}{x}$, $f_2(x) = \frac{13}{32} \frac{1}{x^2} - \frac{3}{4x}$,
 $f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{5760}} \frac{1}{x^3} - \frac{3}{2x^2} + \frac{13}{24x}$. □

Příklad 2. Určete projekci funkce $\frac{1}{x^4}$ na vektorový prostor z příkladu 1.

Příklad 1. Uvažujme reálný vektorový prostor funkcí na intervalu $[1, 2]$ generovaný funkcemi $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^3}$. Pomocí Gramm-Schmidtova ortogonalizačního procesu ji doplňte na ortonormální bázi tohoto prostoru (ve skalárním součinu uvažovaném na přednášce).

Řešení. Gramm-Schmidtovým ortogonalizačním procesem s daným skalárním součinem: $f_1(x) = \frac{1}{x}$, $f_2(x) = \frac{13}{32} \frac{1}{x^2} - \frac{3}{4x}$,
 $f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{5760}} \frac{1}{x^3} - \frac{3}{2x^2} + \frac{13}{24x}$. □

Příklad 2. Určete projekci funkce $\frac{1}{x^4}$ na vektorový prostor z příkladu 1.

Řešení. Projekce $\frac{1}{x^4} : \frac{15}{32} f_1 + \frac{69}{40} f_2 + \frac{9}{4} f_3$. □

Příklad 3. Určete vzdálenost funkce $\frac{1}{x^4}$ od vektorového prostoru z příkladu 1 dle metriky na přednášce

Příklad 1. Uvažujme reálný vektorový prostor funkcí na intervalu $[1, 2]$ generovaný funkcemi $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^3}$. Pomocí Gramm-Schmidtova ortogonalizačního procesu ji doplňte na ortonormální bázi tohoto prostoru (ve skalárním součinu uvažovaném na přednášce).

Řešení. Gramm-Schmidtovým ortogonalizačním procesem s daným skalárním součinem: $f_1(x) = \frac{1}{x}$, $f_2(x) = \frac{13}{32} \frac{1}{x^2} - \frac{3}{4x}$,
 $f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{5760}} \frac{1}{x^3} - \frac{3}{2x^2} + \frac{13}{24x}$. □

Příklad 2. Určete projekci funkce $\frac{1}{x^4}$ na vektorový prostor z příkladu 1.

Řešení. Projekce $\frac{1}{x^4} : \frac{15}{32} f_1 + \frac{69}{40} f_2 + \frac{9}{4} f_3$. □

Příklad 3. Určete vzdálenost funkce $\frac{1}{x^4}$ od vektorového prostoru z příkladu 1 dle metriky na přednášce

Řešení. $\frac{\sqrt{14}}{2240}$ □

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 **Návodné úlohy**

Rozviňte do Fourierovy řady funkci x .

Rozviňte do Fourierovy řady funkci x . funkci $x + 1$.

Určete konvoluci funkcí

$$f_1 = \begin{cases} x & \text{pro } x \in \langle 0, 1 \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

$$f_2 = \begin{cases} \sin(x) & \text{pro } x \in \langle -\pi, \pi \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$