

| | |
|-------------------|--|
| Jméno a příjmení: | |
|-------------------|--|

| | | | | |
|----------------|---|---|---|----------|
| Příklad číslo: | 1 | 2 | 3 | Σ |
| Počet bodů: | | | | |

Skupina A

Příklad 1. Vyšetřete průběh funkce

$$\frac{x^2 - 7x + 12}{x - 2}$$

Řešení. Def. obor $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, nulové body 3, 4, lok. maximum v bodě $2 - \sqrt{2}$, lok. minimum v bodě $2 + \sqrt{2}$. Na intervalu $(-\infty, 2 - \sqrt{2})$ rostoucí, na $(-\sqrt{2}, 2)$ klesající, na $(2, 2 + \sqrt{2})$ klesající, na $(2 + \sqrt{2}, \infty)$ rostoucí. Na intervalu $(-\infty, 2)$ konkávní, na $(2, \infty)$ konvexní. Asymptota bez směrnice $x = 2$, asymptota se směrnicí $y = x - 5$. \square

Příklad 2. Rozviňte do mocninné řady funkci $\sin^2(x)$ v bodě $\pi/4$ a určete pro která $x \in \mathbb{R}$ tato řada konverguje.

Řešení.

$$f(x) = 1/2 + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i 2^{2i}}{(2i+1)!} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)^{2i+1}$$

Řada konverguje pro všechna $x \in \mathbb{R}$. \square

Příklad 3. Určete parametr $a \in \mathbb{R}$ tak, aby $\int_0^1 f(x)$, kde $f(x) = a^2x + a\sqrt{1-x^2} + 1$ nabýval své extrémální hodnoty. Určete o jaký extrém se jedná. \square

Řešení. $a = -\pi/4$ \square