

**Sada domácích úloh k přednášce Matematika II**  
k odevzdání v týdnu 19. – 26. května 2008

**Příklad 1.** Rozhodněte, zda existují parametry  $a, b \in \mathbb{R}$  tak, aby polynom

$$ax^2 + a^2x + b$$

splňoval podmínky

$$P(1) = 1, P(2) = -1, P(3) = 1.$$

**Příklad 2.** Určete limity posloupností:

1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\ln n},$$

2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{n!}.$$

**Příklad bf 3.** Určete limity funkcí:

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 2^{1/x}}{3 + 2^{1/x}},$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 2^{1/x}}{3 + 2^{1/x}}.$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\sqrt{x^2 - x}}$$

**Příklad bf 4.** Z definice (bez použití L'Hospitalova pravidla) určete určete derivaci funkce  $\sqrt[3]{2x - 1}$ .

**Příklad bf 5.** Určete vzdálenost bodu  $(1, 0)$  od paraboly  $y = x^2 - x + 1$ .

**Příklad bf 6.** Určete maximální objem válce vepsaného do rotačního kužele o poloměru podstavy  $r$  a výšce  $h$ .

**Příklad bf 7.** Určete integrály

1.

$$\int (9 + x^2)^{\frac{3}{2}},$$

2.

$$\int \sin^4(x) dx$$

3. 
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$$

4. 
$$\int \frac{\sqrt{9-4x^2}}{x} dx$$

5. 
$$\int x \arcsin(x) dx$$

6. 
$$\int \frac{x^2 + x - 1}{(x^2 + 1)^2} dx$$

7. 
$$\int \frac{1}{3 - 2 \cos(x)} dx$$

**Příklad bf 8.** Vyčíslete integrály

1. 
$$\int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx$$

2. 
$$\int_1^3 \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) dx$$

3. 
$$\int_2^\infty \frac{dx}{x \ln^2(x)}$$

4. 
$$\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1 + 4x^2}$$

**Příklad bf 9.** Rozhodněte, zda konvergují následující řady

1. 
$$\sum_n \frac{n}{2^{2n}}$$

2. 
$$\sum_n n \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

**Příklad bf 10.** Rozviňte do mocninné řady funkci  $\arctan(x)$  v bodě 0 a určete pro která  $x \in \mathbb{R}$  konverguje.

**Příklad bf 11.** Určete objem tělesa vzniklého rotací paraboly  $y = 2x^2 + 1$  kolem osy  $x$  pro  $x \in (1, 3)$ .

**Příklad 12.** Vyšetřete průběh funkce  $\ln\left(\frac{x^2-1}{x-2}\right)$ .