MB104 – 5. demonstrované cvičení
Uspořádání a svazy

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

19.3. 2007

Příklad 1. *Rozložte nad* $\mathbb{C}$ *a nad* $\mathbb{R}$ *mnohočlen*

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1.$$

Příklad 1. *Rozložte nad* $\mathbb{C}$ *a nad* $\mathbb{R}$ *mnohočlen*

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1.$$

Řešení. Dvojnásobné kořeny $-\frac{1}{2} \pm \frac{i\sqrt{3}}{2}$. Lze řešit jak hledáním největšího společného dělitele s derivací, tak jako reciprokou rovnici. □

Příklad 2. *Rozložte polynom*

$$x^5 + 3x^3 + 3$$

na ireducibilní složky nad

1. $\mathbb{Q}$
2. $\mathbb{Z}_7$

Příklad 2. *Rozložte polynom*

$$x^5 + 3x^3 + 3$$

na ireducibilní složky nad

1. $\mathbb{Q}$
2. $\mathbb{Z}_7$

Řešení.

1. Podle Eisensteinova kriteria je ireducibilní.
2. $(x-1)^2(x^3+2x^2-x+3)$

$\square$

Příklad 3. *Pro libovolné liché prvočíslo p určete* **všechny** *kořeny polynomu*

$$P(x) = x^{p-2} + x^{p-3} + \cdots + x + 2$$

v $\mathbb{Z}_p$.

Řešení. Vzhledem k rovnosti

$$x^{p-1} - 1 = (x-1)(P(x) - 1)$$

jsou všechna čísla ze $\mathbb{Z}_p$ kromě jedničky kořeny $P(x) - 1$, nemohou tedy být kořeny $P(x) + 1$. Jednička je kořenem triviálně vždy, je to tedy jediný kořen. $\square$

Určete boolovský výraz, který odpovídá následujícímu přepínačovému okruhu:

Volební skříňka pro tři voliče je skříňka, která zpracuje hlasy tří voličů a jejím výstupem je výsledek „ano“, pokud byla pro většina z voličů. Navrhněte takovou skříňku složenou z přepínačových obvodů.

Nalezněte disjuktivní normální formu výrazu

$$(B \vee (A \wedge C)) \wedge ((A \vee C) \wedge B)'$$

Dokažte, že prvek A je atom v boolově algebře, právě když pro všechny prvky B z této algebry platí: $A \leq B$ nebo $A \leq B'$.

Uvažte všechny podgrupy grupy S_3 uspořádané pomocí inkluze. Jedná se o svaz? O Booleovu algebru?

Určete svaz všech dělitelů čísla 36.