

**Interval spolehlivosti pro  $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$**

$$W = \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

$$D = \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)}, \quad H = \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)}$$

1. V tabulce jsou uvedeny výsledky analýz niklu získané dvěma analytickými metodami. Stanovte horní odhad pro podíl směrodatných odchylek obou metod při riziku  $\alpha = 0,05$ , jestliže tyto výsledky považujeme za realizace nezávislých náhodných výběrů rozsahu 4 z  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  a  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ .

Metoda I: 3,26; 3,26; 3,27; 3,27

Metoda II: 3,23; 3,27; 3,29; 3,29

## Testování hypotéz

Statistickými hypotézami rozumíme předpoklady o rozděleních náhodných veličin. Při testování hypotéz proti sobě vždy stojí **testovaná – nulová – hypotéza**, která se označuje  $H_0$  a **alternativní hypotéza**, která se označuje  $H_1$ . Týká-li se test hodnoty jednoho neznámého parametru  $\theta$ , zapíšeme nulovou hypotézu ve tvaru

$$H_0 : \theta = \theta_0,$$

kde  $\theta_0$  je předpokládaná hodnota parametru  $\theta$ .

Alternativní hypotéza se stanoví většinou jako negace nulové - oboustranná varianta. Někdy se ale také přikláníme pouze k jednostranným variantám. Máme tedy tyto možnosti:

1.  $H_1 : \theta \neq \theta_0$
2.  $H_1 : \theta > \theta_0$
3.  $H_1 : \theta < \theta_0$

K testu hypotézy  $H_0$  proti hypotéze  $H_1$  použijeme statistiku  $T$  a nazveme ji **testovým kritériem**. Obor možných realizací testového kritéria  $S$  rozdělíme na dva disjunktní obory – obor přijetí nulové hypotézy  $V$  a **kritický obor**  $W$ . Jestliže výběrová hodnota testového kritéria padne do kritického oboru, zamítáme nulovou hypotézu a přijímáme alternativní (a naopak).

	$H_0$ platí	$H_0$ neplatí
$H_0$ zamítáme	chyba 1. druhu	správně
$H_0$ nezamítáme	správně	chyba 2. druhu

Pravděpodobnost chyby 1. druhu

$$\alpha = P(T \in W | H_0)$$

Pravděpodobnost chyby 2. druhu

$$\beta = P(T \in V | H_1)$$

Její doplněk do jedné

$$1 - \beta = P(T \in W | H_1)$$

se nazývá **síla testu**.

### Postup

1. Formulovat obě hypotézy (je dobré jako  $H_1$  stanovit to, co chceme dokázat)
2. Zvolit hladinu významnosti  $\alpha$ . Nejčastěji se volí  $\alpha = 0,05$  nebo  $\alpha = 0,01$ .
3. Nalézt testové kritérium a jeho rozdělení při platnosti  $H_0$ .
4. Vymezit kritický obor s ohledem na formulaci  $H_1$ . Kritický obor odděluje od oboru přijetí tzv. **kritické hodnoty**, což jsou kvantily rozložení testového kritéria při platnosti  $H_0$ .
5. Vypočítat hodnotu testového kritéria.
6. Učinit závěr: Jestliže  $t \in W$  zamítáme  $H_0$  a říkáme, že s pravděpodobností  $1 - \alpha$  platí hypotéza  $H_1$ . Jestliže  $t \in V$  považuje  $H_1$  za neprokázanou (v takovém případě neprovádíme úsudek o platnosti  $H_0$ , pokud se nechceme zabývat silou testu).

2. Stroj na plnění másla do kelímků je nastaven na 250 g. V případě, že stroj nedává správné dávky, musí být seřízen. Ze vzorku 50 kelímků másla byla zjištěna průměrná hmotnost 262,5 g se směrodatnou odchylkou 65 g. Je čas stroj seřídit? Otestujte na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$ .

3. Letecká společnost analyzovala rentabilitu linky. Spojení se vyplatí v případě, že průměrný počet přepravených osob činí alespoň 150 osob. Z údajů za několik posledních letů bylo vybráno 20 hodnot. Dá se předpokládat, že se linka vyplatí? ( $\alpha = 0.01$ ) 158, 138, 133, 172, 163, 162, 145, 155, 149, 171, 156, 142, 149, 135, 158, 125, 170, 133, 128, 143.

4. Na zavařeninách je uvedena průměrná hmotnost 160 g s maximální odchylkou 5 % z uvedené hmotnosti. U 20 náhodně vybraných zavařenin byla zjištěna odchylka 8.5 g. Zjistěte na hladině významnosti 10 %, zda je odchylka v normě.

5. Britský týdeník The Economist sledoval rozdíly v zájmu o politické dění ve východních (bývalá východní Evropa, blízký východ) a západních zemích. Bylo vybráno 7 západních a 11 východních zemí a zjištěny hodnoty:  $m_v = 15,3\%$ ,  $s_v = 2,9\%$ ,  $m_z = 17,5\%$ ,  $s_z = 3,2\%$ . Testujte na hladině významnosti 5 %, zda je významný rozdíl mezi podílem zájmu o politiku mezi východem a západem.

6. Při kvalifikaci na šachový mistrovský turnaj má být vybrán jeden zástupce oddílu ze dvou. Z obou zástupců má být vybrán ten, který má buď lepší výsledky a v případě, že není možno rozhodnout podle průměrných výsledků, bude vybrán ten, který má výkon stabilnější (s menším rozptylem). Z výsledků posledních soutěží hráčů byly získány procentuální úspěšnosti

A	49.6	59.4	59.5	76.8	69.4	70.9	68.1	66.3
B	38.5	51.2	79.5	72.3	86.5			

Na hladině významnosti 5 % testujte, zda je možno rozhodnout o tom, který hráč by se měl turnaje účastnit.