

**2. zápočtová písemka**  
*Matematika IV, jaro 2008, skupina B*

Jméno, UČO:.....

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | celkem |
|----|----|----|----|----|--------|
|    |    |    |    |    |        |

**Příklad 1.** (10 bodů: 2 body za každou část)

- Házíme klasickou šestistěnnou kostkou. Uveďte příklad dvou jevů takových, že pravděpodobnost průniku těchto jevů NENÍ rovna součinu pravděpodobností jednotlivých jevů.
- Házíme čtyřmi kostkami. Jaký je jev opačný k jevu  $J$ : Na všech kostkách padnou čísla větší než pět.
- Náhodná veličina  $X$  udává, kolik padne pětek při hodu sedmi kostkami. Jaké rozložení má náhodná veličina  $X$ ?
  - $X \sim Bi(7, \frac{1}{6})$
  - $X \sim N(0, 1)$
  - $X \sim Rd(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$
  - Ani jedna z možností
- Načrtněte graf hustoty pravděpodobnosti náhodné veličiny  $X \sim N(5, 16)$ . Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny  $X$ .
- Jaká je pravděpodobnost, že libovolný bod uvnitř krychle o straně  $a$  leží uvnitř koule do krychle vepsané. Své tvrzení dokažte výpočtem. (Nápověda: Objem koule o poloměru  $r$  je  $\frac{4}{3}\pi r^3$ )

**Příklad 2.** (5 bodů)

Při výrobě gumových medvídků se používají dva přístroje. Jeden z nich vyrobí za minutu 1000 medvědů, druhý pouze 500. Každý dvacátý medvídek z prvního přístroje je zmetek. Z druhého přístroje je to každý desátý. S jakou pravděpodobností je náhodně vybraný medvídek vyrobený těmito přístroji v pořádku?

**Příklad 3.** (5 bodů)

Čtyřikrát hodíme mincí. Náhodná veličina  $X$  nechť nám udává, kolikrát padl rub. Určete pravděpodobnostní a distribuční funkci náhodné veličiny  $X$ . Načrtněte grafy obou funkcí. Dále určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny  $X$ .

**Příklad 4.** (5 bodů)

Spojité náhodné veličiny  $X$  má hustotu pravděpodobnosti  $f(x) = a \cdot \frac{x^3}{2}$  na intervalu  $(0, 2)$ , nulovou jinde. Určete konstantu  $a$ . Dále najděte distribuční funkci náhodné veličiny  $X$  a určete  $P(0,5 < X \leq 1)$ .

**Příklad 5.** (5 bodů)

Čas řešení jisté úlohy (v sekundách) má normální rozložení  $N(\mu = 30, \sigma^2 = 36)$ .

1. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba vyřeší úlohu za 25 a méně sekund?
2. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba bude řešit úlohu déle než 35 sekund?
3. Stanovte časový limit, který splní 60% řešitelů úlohy.

*Hodně štěstí!*