

Hodnocení:

| Bonus | Teorie | 1. | 2. | 3. | 4. | Σ |
|-------|--------|----|----|----|----|----------|
| | | | | | | |

Na každý příklad získáte nezáporný počet bodů.
Potřebné minimum (**včetně bonusu**) je **15 bodů**.
Na práci máte 90 minut.

Teorie: (6krát ± 1 bod: tj. správně 1 bod, chybně -1 bod, bez odpovědi 0)

Odpovězte (škrtnutím nehodícího se **ano** nebo **ne** na patřičném řádku), zda jsou pravdivá následující tvrzení (čtete **velmi** pozorně!):

- (a) **ano** — **ne** Množina \mathbb{Q}^* s operací $x \circ y = |x \cdot y|$ tvoří grupu.
- (b) **ano** — **ne** Grupa o prvočíselném počtu prvků má vždy právě dvě podgrupy.
- (c) **ano** — **ne** Každý konečný obor integrity je těleso.
- (d) **ano** — **ne** Grupa pravidelného pětiúhelníka má 10 prvků a je komutativní.
- (e) **ano** — **ne** Je-li střední hodnota náhodné veličiny X i náhodné veličiny Y rovna 0, pak je (bez ohledu na rozdělení veličin X a Y) střední hodnota veličiny $X + Y$ rovna 0.
- (f) **ano** — **ne** Pravděpodobnost hodu alespoň jedné šestky při čtyřech hodech kostkou je větší než $1/2$.

Příklady:

1. (6 bodů) Zapište vhodným způsobem grupu symetrií čtverce, všechny její podgrupy a rozhodněte, které z nich jsou normální. Určete strukturu příslušných faktorgrup.
2. (6 bodů) Určete všechny racionální kořeny polynomu $4x^5 - 4x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 7x - 2$.
3. (6 bodů) Na jistém pracovišti bylo náhodně vybráno 5 mužů a 5 žen, jejichž roční příjem (v tis. Kč) činil u mužů: 320, 380, 240, 220, 440, zatímco u žen: 180, 240, 160, 200, 320. Předpokládejte, že jde o realizace dvou nezávislých náhodných výběrů z normálních rozdělení a sestrojte 95% interval spolehlivosti pro podíl rozptylů příjmů mužů a žen. V případě, že interval obsahuje 1, testujte nulovou hypotézu: střední hodnota platů mužů a žen se neliší oproti oboustranné alternativě.
4. (6 bodů) Tyč dlouhá 200 mm je náhodně rozřezána na tři části (každý z řezů je v každém místě tyče stejně pravděpodobný). Jaká je pravděpodobnost, že některá z těchto částí je kratší než 10 mm.