Příklad 1. Nechť M je libovolná trojprvková množina. Určete, kolik lze definovat relací

1. Na množině M
2. Na množině $M \times M$
3. Mezi množinami M a 2^M

Příklad 2. Nechť $M = \{a, b, c, d\}$. Uveďte příklad relace na nožině M, která

1. je symetrická i antisymetrická
2. je reflexivní, ale není symetrická
3. není reflexivní, ale je symetrická
4. není reflexivní, ale je symetrická

Příklad 3. Nechť $M = \{a, b\}$. Uveďte příklad relací ρ, σ na množině M, které nejsou unverzálními relacemi, ale jejich složením $\sigma \circ \rho$ je univerzální relace.

Příklad 4. Nechť ρ je relace mezi množinami $\mathbb{Z}$ a $\mathbb{N}$, $\rho = \{(x, 3x^2 + 1) \mid x \in \mathbb{Z}\}$, σ je relace mezi množinami $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Z}$, $\sigma = \{-a, a^2 - 3 \mid a \in \mathbb{N}\}$. Popište ralaci $\rho \circ \sigma$, $\sigma \circ \rho$.

Příklad 5. Je dána relace ρ na množině $\mathbb{Z}$. Rozhodněte, jestli je ρ reflexivní, symetrická, antisymetrická, tranzitivní, úplná.

1. $x\rho y \Leftrightarrow 3|x + 2y$
2. $x\rho y \Leftrightarrow |x| < |y|$
3. $x\rho y \Leftrightarrow |x| \geq |y|$
4. $x\rho y \Leftrightarrow |x| = |y| + 1$
5. $x\rho y \Leftrightarrow x + 1 = |y + 1|$

Příklad 6. Nechť ρ, σ jsou symetrické relace na množině M. Dokažte, že $\rho\circ\sigma$ je symetrická relace $\Leftrightarrow$ $\rho \circ \sigma = \sigma \circ \rho$.

Příklad 7. Rozhodněte, zda je f injektivní, surjektivní, bijektivní zobrazení.

1. $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Q}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x+3}, & x \neq -3; \\ 1, & x = 3. \end{cases}$
2. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 2|x; \\ 1, & x = 3. \end{cases}$
3. $\mathbb{Z} \times \mathbb{N} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, $f((x, y)) = \begin{cases} \left(\frac{y}{2}, x\right), & 2|y; \\ \left(\frac{1-y}{2}, x\right), & 2 \nmid y. \end{cases}$