

1. zápočtová písemka
Matematika I, jaro 2009
skupina A

Jméno, UČO:.....

1.	2.	3.	4.	5.	celkem

Příklad 1. (3 body, 0,5 bodů za každou část)

1. Uveďte příklad čtvercové matice pátého řádu, která má determinant roven 2009.
2. Uveďte příklad dvou různých bází vektorového prostoru \mathbb{R}^3 .
3. Uveďte příklad tří lineárně závislých vektorů ve vektorovém prostoru \mathbb{R}^5 .
4. Uveďte příklad podprostorů U, V vektorového prostoru \mathbb{R}^5 takových, že $U + V = \mathbb{R}^5$ a $U \cap V = \{0\}$.
5. Uveďte příklad surjektivního lineárního zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
6. Uveďte příklad lineárního zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, jehož jádro má dimenzi 2.

Příklad 2. (3 body)

Určete determinant matice A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ 6 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 3. (3 body)

Dokažte, že množina V tvoří podprostor vektorového prostoru \mathbb{R}^3 :

$$V = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid 2a + b = 0\}.$$

Příklad 4. (3 body)

Určete bázi a dimenzi součtu a průniku podprostorů U, V ve vektorovém prostoru \mathbb{R}^5 , kde

$$\begin{aligned} U &= \langle (1, 0, 1, 0, 1), (1, 1, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 1, 0) \rangle, \\ V &= \langle (1, 1, 1, 0, 1), (1, 1, 0, 1, 0), (1, 0, 1, 1, 0) \rangle, \end{aligned}$$

Příklad 5. (3 body)

Dokažte, že zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dané předpisem

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_1 + x_3)$$

udává lineární zobrazení, dále určete bázi jeho jádra a obrazu.