2. zápočtová písemka

Matematika I, jaro 2009

skupina A

Jméno, UČO:..

1.	2.	3.	4.	5.	celkem

Příklad 1. (3 body, 0,5 bodů za každou část)

1. Uveďte příklad dvou nejednotkových čtvercových matic čtvrtého řádu, jejichž součin má determinant 100.

2. Uveďte příklad dvoudimenzionálního podprostoru vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$.

3. Uveďte příklad dvou lineárně závislých vektorů ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}^5$.

4. Uveďte příklad podprostorů U, V vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$ takových, že $U + V = \mathbb{R}$ a $\dim U \cap V = 1$.

5. Uveďte příklad lineárního zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$.

6. Uveďte příklad lineárního zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, jehož obraz má dimenzi 1.

Příklad 2. (3 body)

Určete determinant matice A. Dále určete, pro jaká reálná čísla a existuje k matici A matice inverzní. Inverzní matici však hledat nemusíte.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 3. (3 body)

Dokažte, že množina V tvoří podprostor vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$:

$$V = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid 2a + c = 0\}.$$

Určete bázi a dimenzi tohoto podprostoru.

Příklad 4. (3 body)

Určete bázi a dimenzi součtu a průniku podprostorů U, V ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}^5$, kde

$$\begin{aligned} U &= \langle (1,0,1,0,1), (1,1,1,0,0), (1,0,0,1,0) \rangle, \\ V &= \langle (1,1,1,0,1), (1,1,0,1,0), \rangle, \end{aligned}$$

Příklad 5. (3 body)

Dokažte, že zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ dané předpisem

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_1 + x_2)$$

udává lineární zobrazení, dále určete bázi jeho jádra a obrazu.