2. zápočtová písemka

Matematika I, jaro 2009

skupina B

Jméno, UČO:..

1.	2.	3.	4.	5.	celkem

Příklad 1. (3 body, 0,5 bodů za každou část)

1. Uveďte příklad čtyř různých čtvercových matic 2×2, které mají determinant roven 4.

2. Uveďte příklad čtyřdimenzionálního podprostoru vektorového prostoru $\mathbb{R}^5$.

3. Uveďte příklad tří lineárně nezávislých vektorů ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}^5$.

4. Uveďte příklad dvoudimenzionálních podprostorů U, V vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$ takových, že $U + V \neq \mathbb{R}^3$.

5. Uveďte příklad injektivního lineárního zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$.

6. Uveďte příklad lineárního zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, jehož jádro má dimenzi 3.

Příklad 2. (3 body)

Určete, pro jaká reálná čísla a existuje k matici A matice inverzní. Inverzní matici však hledat nemusíte.

$$A = \begin{pmatrix} a^2 & a^3 & 2 & a \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & a^2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 3. (3 body)

Dokažte, že množina V tvoří podprostor vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$:

$$V = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 \mid 2a - 3c + b = 0\}.$$

Určete bázi a dimenzi tohoto podprostoru.

Příklad 4. (3 body)

Určete bázi a dimenzi součtu a průniku podprostorů U, V ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}^5$, kde

$$\begin{aligned} U &= \langle (1,0,1,0,1), (1,0,0,1,0) \rangle, \\ V &= \langle (1,1,1,0,1), (1,1,1,0,0), (1,1,0,1,0), \rangle, \end{aligned}$$

Příklad 5. (3 body)

Dokažte, že zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ dané předpisem

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_1 + x_2, 0, x_1 + x_2 + x_3)$$

udává lineární zobrazení, dále určete bázi jeho jádra a obrazu a rozhodněte, je-li injektivní, resp. surjektivní.