

1. Dané kladné číslo c je možno rozložit nekonečně mnoha způsoby v součin dvou kladných činitelů. Pro které dva činitele je jejich součet extrémní, jakého druhu je tento extrém a kterému číslu je roven?
2. Z lepenky tvaru čtverce o stranách a cm se mají v rozích vyříznout stejně velké čtverce a ze zbylé části se ohrnutím získá krabice tvaru kvádrů. Jak velké musí být strany odříznutých čtverečků, aby objem krabice byl co největší?
3. Součet dvou čísel je konstantní. Určete extrémní hodnotu součtu jejich druhých mocnin.
4. Z desek můžeme vyrobit ohradu d metrů dlouhou. Jak tímto plotem ohradíme obdélníkový dvůr s největším obsahem, jestliže víme, že z jedné strany je stěna sousední budovy.
5. Máme zhotovit nádobu tvaru válce s víčkem tvaru polokoule. Objem nádoby je konstantní. Cena materiálu na válec je 5,5 krát levnější než cena na víko. Navrhněte rozměry nádoby, aby náklady byly co nejmenší.
6. Průmyslový závod Z je vzdálen 5 km od silnice vedoucí do města M ; přitom vzdálenost závodu Z od města M je 13 km. Určete, pod jakým úhlem A je třeba vybudovat cestu k silnici, aby doprava materiálu ze Z do M byla co nejlacinější; přitom předpokládané náklady na přepravu 1 tuny materiálu na 1 km jsou po silnici 50 haléřů, po vybudované cestě třikrát větší.
7. Kmen délky 20 m má tvar komolého kužele s průměry podstav 1 m a 2 m. Stanovte rozměry trámu o čtvercovém průřezu, který by se dal z tohoto kmene zhotovit a měl co největší objem.
8. Do dané koule je vepsán a) kužel, b) válec s maximálním možným objemem. Určete rozměry těchto těles.
9. Z kruhu jednotkového poloměru máme vyříznout kruhovou výseč tak, aby z ní bylo možno slepit kornout s maximálním objemem. Jaký středový úhel musí mít tato kruhová výseč?
10. Dvě lodě křižují svou dráhu pod pravým úhlem. Když první z nich je v průsečíku drah, je druhá od něj vzdálena ještě 20 km. První loď se pohybuje rychlostí $v_1=30$ km/h, druhá rychlostí $v_2=50$ km/h. Určete nejmenší vzdálenost lodí.

11. Určete hodnoty reálného parametru a tak, aby funkce $y = a \sin x + \frac{\sin 3x}{3}$ měla v bodě $x = \frac{\pi}{3}$ extrém.