

1. **samostatná** písemná práce z MB102. Snažte se pracovat pozorně a rychle. Na vypracování máte 40 minut. Pokud něčemu v zadání neporozumíte, zeptejte se.

1) (5 bodů) Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom pro tabulku:

x_i	-1	0	2	3
$f(x_i)$	5	10	2	1

Na závěr písemky se pokuste výsledek upravit na tvar polynomu, tj.

$$a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0.$$

2) (3 body) Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{(x-1)^4 \cdot (x^2 + x + 1) \cdot (x+2)}{(x-3)^5 \cdot (x^2 + 3)^3 (x^2 - 2x + 1)},$$

poté určete největší množinu M takovou, že $f(x) \geq 0$ pro všechna x z M.

3) (5 body) Spočítejte limity ve vlastním bodě. Neužívejte L'Hospitalova pravidla.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right) \qquad \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{e^{3x+5} - e^2}{x+1} \right)$$

4) (2 body) Spočítejte limitu v nevlastním bodě:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 3x^5 - x + 1 - 6x^5}{x^3 - 1 + 5x^5}$$

5) (5 body) Derivujte složenou funkci, derivaci pak už neupravujte.

$$f(x) = \operatorname{arccotg}^2 \left(\operatorname{tg} \frac{\sin x^5}{5} \right) \qquad f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}} \right)^{65}$$

Jako tahák můžete využít následující přehled:

$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$(\alpha \cdot f(x))' = \alpha \cdot f'(x)$	$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(f \cdot g)' = f'g + fg'$	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{cotg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$(f \pm g)' = f' \pm g'$	$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$	$(\operatorname{arccotg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$