

Příklady - interpolace a parciální zlomky

Příklad 1. Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom funkce f , je-li dáno:

a) $f(-1) = 3, f(1) = 5, f(4) = -2$

b) $f(-3) = -1, f(-2) = 0, f(0) = 2, f(2) = 6$

c) $f(-4) = 0, f(-3) = 3, f(-2) = 0, f(-1) = -3, f(1) = 5$

Z cvičných důvodů klidně použijte obě metody (soustava rovnic nebo fundamentální polynomy).

Příklad 2. Sestrojte Hermiteův interpolační polynom funkce f , je-li dáno:

a) $f(-2) = -6, f(1) = 3, f'(-2) = 4, f'(1) = -1$

b) $f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1, f'(-1) = 0, f'(0) = 0, f'(1) = 0$

Příklad 3. Sestrojte přirozený kubický interpolační splajn pro funkci $f(x)$.

a) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ na intervalu $[0, 3]$, za uzly zvolte body $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 3$

b) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ na intervalu $[0, 4]$, za uzly zvolte body $x_0 = 0, x_1 = 2, x_2 = 4$

Příklad 4. Rozložte na parciální zlomky racionální funkci:

a) $f(x) = \frac{12x}{x^2-2x-24}$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2(x+1)}$

c) $f(x) = \frac{x+1}{(x^2+1)(x^3+x)}$

d) $f(x) = \frac{3x^5+5x^4+3x^3+8x^2-2x+7}{(x^2-1)(x^2+1)^2}$

e) $f(x) = \frac{x^2}{x^4-16}$

f) $f(x) = \frac{x}{x^3-8}$

g) $f(x) = \frac{3x^3+6x^2-38x+20}{x^4-x^3-4x^2+4x}$

h) $f(x) = \frac{x-1}{x^4+3x^2+2}$

Výsledky:

1. a) $-\frac{2}{3}x^2 + x + \frac{14}{3}$

b) $\frac{1}{20}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{13}{10}x + 2$

c) $-\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{37}{12}x^2 + \frac{23}{6}x - 2$

2. a) $-\frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 2$

b) $\frac{1}{2}x^3(5 - 3x^2)$

3. a) $S_0 = 1 - \frac{11}{20}x + \frac{1}{20}x^3, S_1 = \frac{1}{2} - \frac{2}{5}(x-1) + \frac{3}{20}(x-1)^2 - \frac{1}{40}(x-1)^3$

b) $S_0 = 1 - \frac{19}{18}x + \frac{11}{144}x^3, S_1 = \frac{17}{6} - \frac{137}{36}x + \frac{11}{8}x^2 - \frac{11}{72}x^3$

4. a) $\frac{24}{5} \frac{1}{x+4} + \frac{36}{5} \frac{1}{x-6}$

b) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$

c) $\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1} + \frac{-x+1}{(x^2+1)^2}$

d) $\frac{2x}{x^2+1} + \frac{x-2}{(x^2+1)^2} + \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1}$

e) $\frac{1}{8(x-2)} - \frac{1}{8(x+2)} + \frac{1}{2(x^2+4)}$

f) $\frac{1}{6} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{6} \frac{-x+2}{x^2+2x+4}$

g) $\frac{5}{x} + \frac{3}{x-1} - \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x+2}$

h) $\frac{x-1}{x^2+1} - \frac{x-1}{x^2+2}$