

MB102 – příklady na derivace

1. Derivujte a upravte:

a)

$$\frac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$$

b)

$$x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$$

c)

$$x\sqrt{1+x^2}$$

d)

$$\sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}$$

e)

$$(2-x^2)\cos x + 2x\sin x$$

f)

$$\left[e^x \left(1 + \operatorname{cotg} \frac{x}{2} \right) \right]$$

g)

$$e^x + e^{e^x} + e^{e^{e^x}}$$

h)

$$\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

i)

$$\ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

j)

$$\operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$$

k)

$$e^{-x^2}$$

2. Vypočtěte druhé derivace:

a)

$$x \ln x$$

b)

$$x[\sin(\ln x) + \cos(\ln x)]$$

c)

$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

3. Vypočtěte limity:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{cotg} x - 1}{x^2}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{\ln x - x + 1}$$

Řešení

1. a) $\frac{2(1-2x)}{(1-x+x^2)^2}$ b) $1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ c) $\frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}}$ d) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}}$ e) $x^2 \sin x$ f) $\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2 \sin^2 \frac{x}{2}}$ g) $e^x [1 + e^{e^x} (1 + e^{e^{e^x}})]$ h) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ i) $\frac{1}{\sin x}$ j) $\frac{1}{1+x^2}$ k) $-2xe^{-x^2}$

2. a) $\frac{1}{x}$ b) $-\frac{2}{x} \sin(\ln x)$ c) $\frac{3x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$

3. a) 2 b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) -2