$a, b, x \in \mathbb{R}$, x neznámá.

$$x = \frac{b}{a} = a^{-1} \cdot b \quad a \neq 0$$

$$\circ : M \times M \to M$$

asociativita:

$$(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c) \quad \forall a, b, c \in M$$

$$= a \circ b \circ c$$

komutativita: $\forall a, b \in M \quad a \circ b = b \circ a$

e nazveme neutrálním prvkem vzhledem k operaci $\circ$ na M, jestliže

$$e \circ a = a \circ e = a \qquad \forall a \in M$$

prvek a^{-1} nazveme inverzním k prvku a, jestliže

$$a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$$

$(\mathbb{N}, +)$, $+$ je na $\mathbb{N}$ asociativní.

(množina s asociativní operací se nazývá **pologrupa**)

nejsou grupa

Grupa je pologrupa s neutrálním prvkem a inverzemi, tj. $(M, \circ)$ je grupa, je-li

a) $\circ$ asociativní

b) $\exists e \in M : \forall a \in M \quad a \circ e = e \circ a = a$

c) $(\forall a \in M)(\exists a^{-1} \in M) \quad a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$

$(\mathbb{Z}, \cdot)$, asociativní, 1 neutrální prvek

pologrupa s neutrálním prvkem

$(\mathbb{R} - \{0\}, \cdot) = (\mathbb{R}^*, \cdot)$ je grupa

---

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ ... grupa

Čtvercové matice $n\times n$. (nad $\mathbb{R}$)

násobení je asociativní, neutrálním prvkem je jednotková matice

Invertibilní matice tvoří grupu.

$$\underline{A\cdot x = b} \Rightarrow x = A^{-1} b$$

Permutace konečné množiny Ω je bijekce na Ω.

Permutace (bijekce) spolu se skládáním zobrazení tvoří <u>grupu</u>.

$$\tau^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 1 & 2 & 3 & 5 & 9 & 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto 4 \mapsto 8 \mapsto 1$$

$$(1\,2\,3\,4\,8)$$ cyklus

transpozice: výměna dvou prvků

$$(6\,7\,9) = (9\,6\,7) \neq (9\,7\,6)$$

$$\sigma\tau = (1\,2\,3\,4\,8)(6\,7\,9) = (6\,7\,9)(1\,2\,3\,4\,8)$$

$$(1\,2\,3\,4\,8) = \underline{(1\,2)(2\,3)(3\,4)(4\,8)}$$

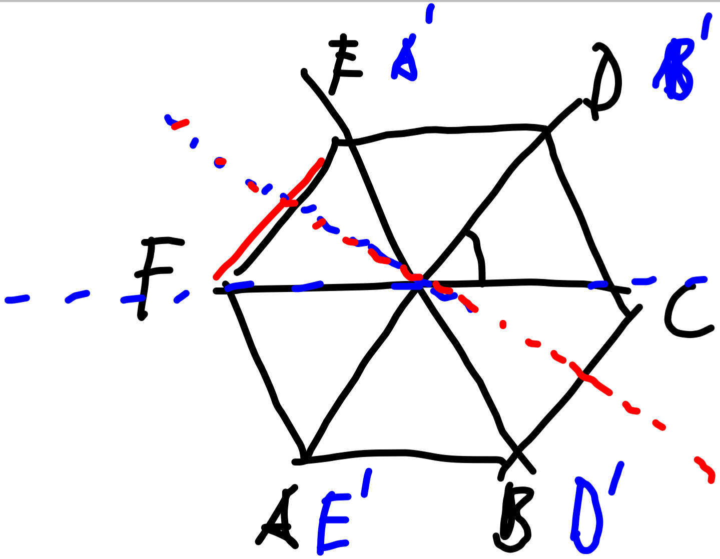
$$[(1\,2)(2\,3)(3\,4)(4\,8)](8) = [(1\,2)(2\,3)(3\,4)](4) =$$
$$= [(1\,2)(2\,3)](3) = [(1\,2)](2) = (1)$$

---

parita počtu transpozic ve vyjádření dané permutace jako součinu transpozic se nemění. $\Rightarrow$ sudé $\times$ liché permutace

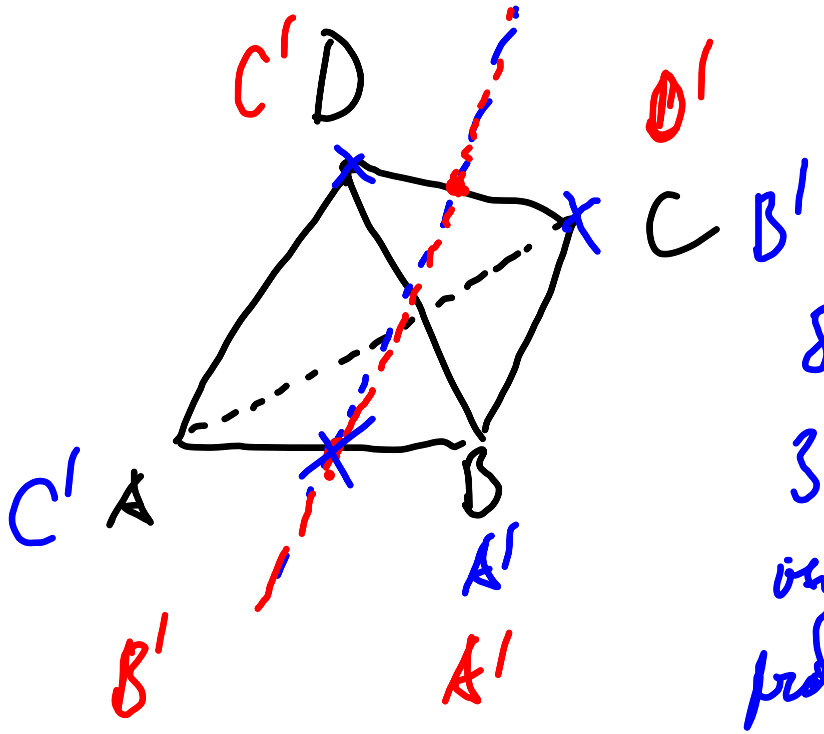
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	



6 rotačních symetrií

Dihedrální grupy



8 rotací „podstavy"

3 rotace o 180° podle osy procházející středy protějších hran,

1 identita

Grupa symetrií bude podgrupou grupy všech permutací na čtyřprvkové množině

Zřejmě jsou všechny transpozice mezi hledanými symetriemi, takže symetrie tvoří celou permutační grupu S_4.

Celkem jich je 24