1, A… vyhraje Blaženka

B… vyhraje Black Speed

B'… nevyhraje Black Speed (jev opačný k jevu B)

$(A = A \cap B')$

$$p(A/B') = \frac{p(A \cap B')}{p(B')} = \frac{p(A)}{p(B')} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{15}$$

2) A… 1. střelec zasáhne terč

B… 2. střelec zasáhne terč

C… v terči se našla jedna rána

$$C = (A \cap B') \cup (A' \cap B)$$

$$, \; p(C) = p(A \cap B') + p(A' \cap B) = \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$p(A/C) = \frac{p(A \cap C)}{p(C)} = \frac{p(A \cap B')}{p(C)} = \frac{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$

Binomické rozdělení $Bi(n, p)$

n-krát opakujeme pokus, který skončí zdarem s pravděpodobností p, nezdarem s pstí $1-p$.

Hledaná pst: spočítáme pst jevu opačného, kdy se méně než 10 studentů dostane alespoň 100g porci:

$$p = 1 - \sum_{i=0}^{9} \binom{100}{i} \left(\frac{1}{5}\right)^{i} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{100-i}$$

Jev A ... Mirek hodí více hlav než Marek =

= Mirek hodí nejvýše tolik orlů co Marek

A' ... Mirek hodí více orlů než Marek

Ze symetrie úlohy

$$p(A) = p(A') = 1 - p(A) \Rightarrow p(A) = \frac{1}{2}$$

Mirek hodil k hlav $\Leftrightarrow$ hodil $(n+1)-k$ orlů

Marek hodil l hlav $\Leftrightarrow$ hodil $n-l$ orlů

Tvrzení $\underbrace{k > l}$ $\Leftrightarrow$ $\underbrace{(n+1)-k \leq n-l}$ $\Leftrightarrow l+1 \leq k$

$A \ldots$ v rodině je více chlapců

$B \ldots$ v rodině je alespoň 1 chlapec

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{p(A)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{31}{32}} =$$

$$= \frac{16}{31}$$

n ... celkový počet chyb

číslo $\frac{a}{n}$ je odhad pst, že 1. korektor odhalí chybu.

$\frac{b}{n}$ —— || —— že 2. korektor odhalí chybu

Nyní dvěma způsoby spočítáme pst, že konkrétní chyba bude odhalena oběma korektory:

$$\frac{a}{n} \cdot \frac{b}{n} = \frac{c}{n} \Rightarrow \frac{ab}{n} = c \Rightarrow n = \frac{ab}{c}$$

Neodhalených chyb je $\frac{ab}{c} - (a+b-c)$

Ω ... prostor možných jevů

$\omega \in \Omega$ ... elementární jevy (klasická psť)

možné výsledky

Systém podmnožin $\mathcal{A}$ ... jevové pole:

$$\Omega \subset \mathcal{A}$$

$$A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \setminus B \subset \mathcal{A}$$

$$A_i \in \mathcal{A} \Rightarrow \bigcup_i A_i \subset \mathcal{A} \quad \text{(nejvýše spočetné)}$$

na jevovém poli můžeme definovat fci

$P : \mathcal{A} \to \mathbb{R}$ splňující

$$P(A) \geq 0 \quad \forall A \in \mathcal{A}$$

$$P\left(\bigcup_i A_i\right) = \sum_i P(A_i) \text{ pro } A_i \text{ disjunktní}$$

$$P(\Omega) = 1$$

Jevové pole spolu s fcí P (pravděpodobnost) nazýváme pstní prostor

---

Náhodná veličina $X : \Omega \to \mathbb{R}$ taková, že $X^{-1}(B) \in \mathcal{A}$ pro "dostatečně mnoho $B \subset \mathbb{R}$"

Pokud X nabývá pouze konečně mnoho hodnot, mluvíme o diskrétní náhodné veličině, resp. uvážeme-li tzv. distribuční fci náh. veličiny

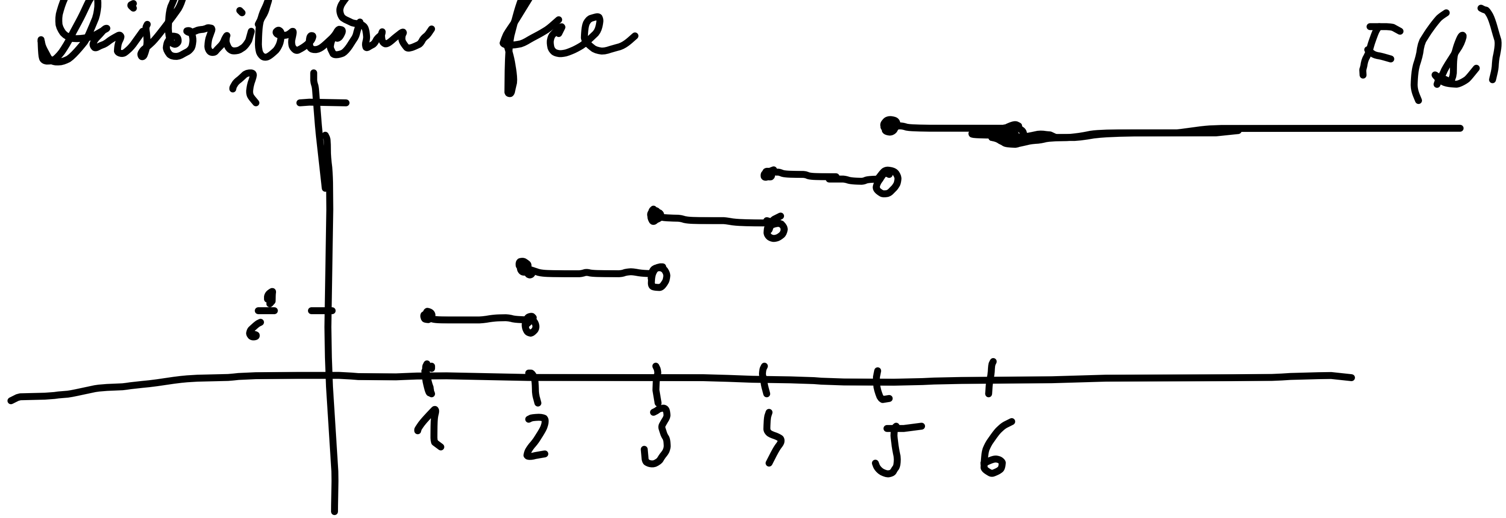
$$F(\mathcal{A}) = P(X \leq \mathcal{A}),$$

$$F(t) = \sum_{x_i < t} P(x_i)$$

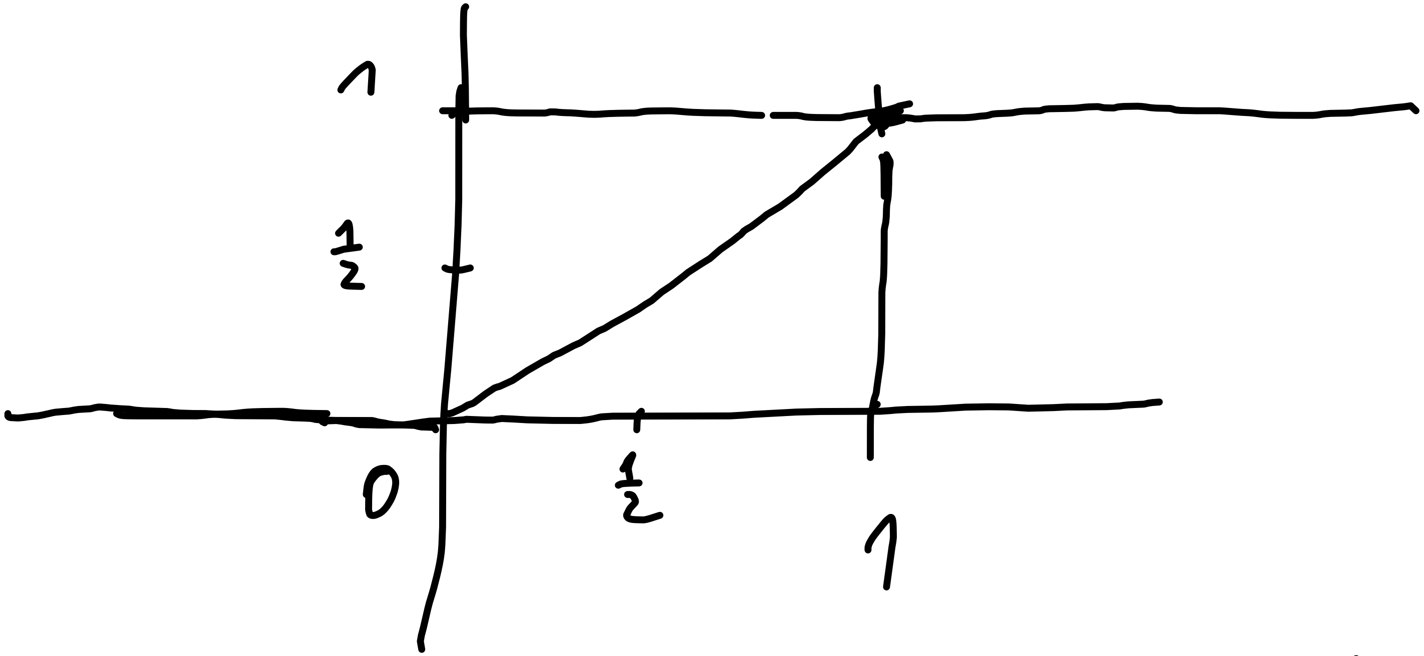
Př. Hod kostkou: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

$X = id$

Distribuční fce



X … náhodný výběr čísla z intervalu $\langle 0, 1\rangle$
(spojitá náhodná veličina)

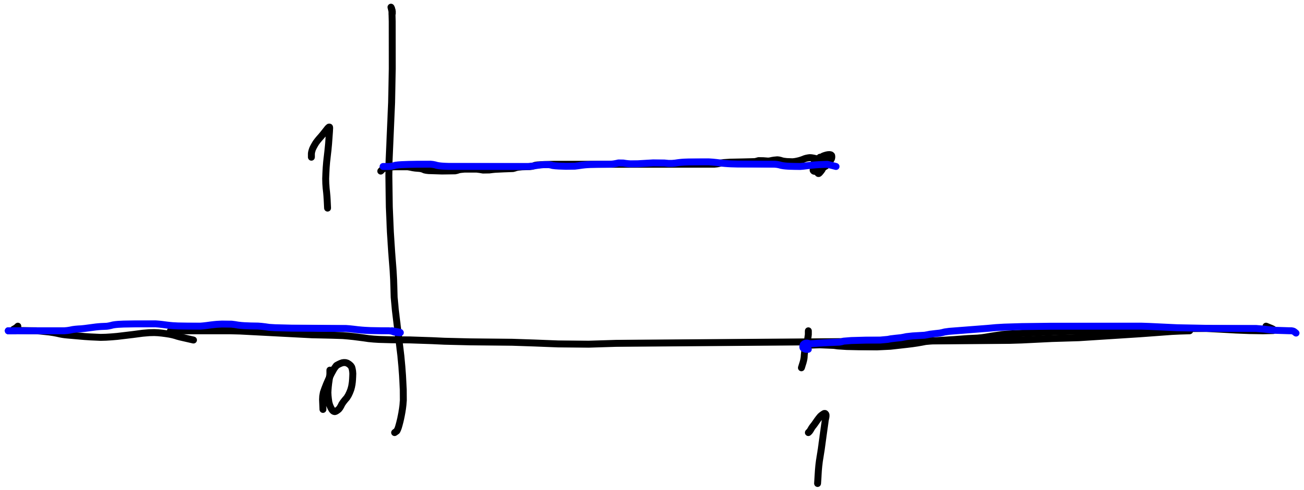


Pokud existuje fce $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ taková, že

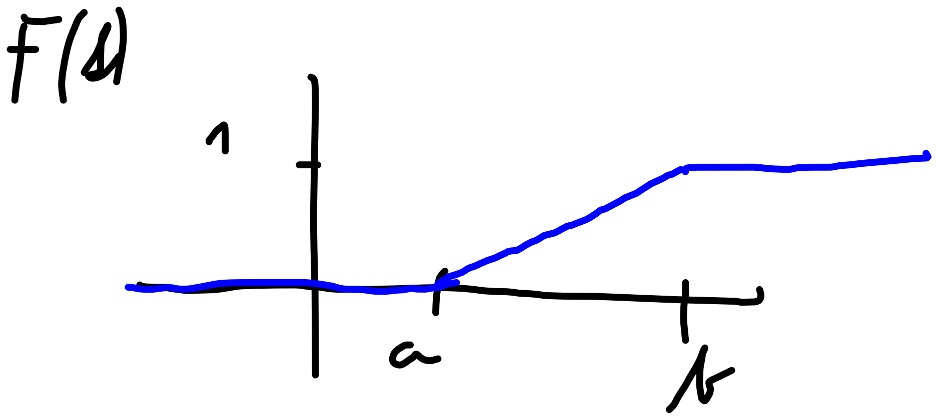
$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx\,,$$

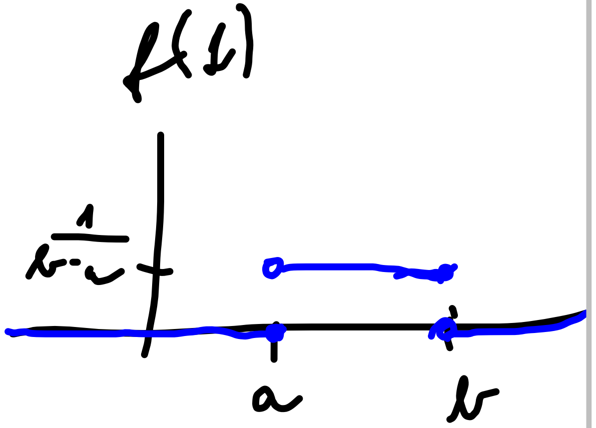
pak fci f nazýváme hustotou pravděpodobnosti náhodné veličiny X.

Hustota pstí:



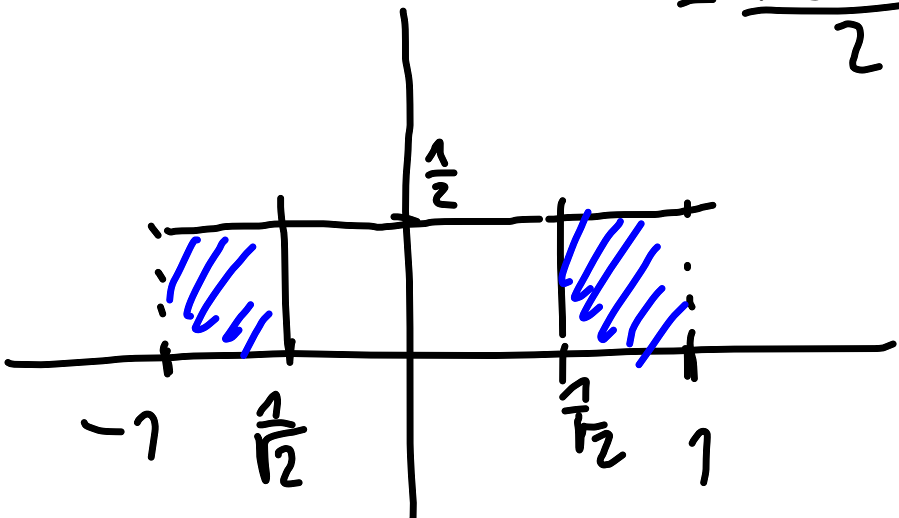
Náhodná veličina s rovnoměrným rozdělením na int. $\langle a, b\rangle$:





$$P\left(X^2 > \frac{1}{2}\right) = P\left(|X| > \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = P\left(X \in \left\langle -1, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right\rangle\right) =$$

$$= \frac{\left|\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right|}{2} + \frac{\left|1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right|}{2} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$



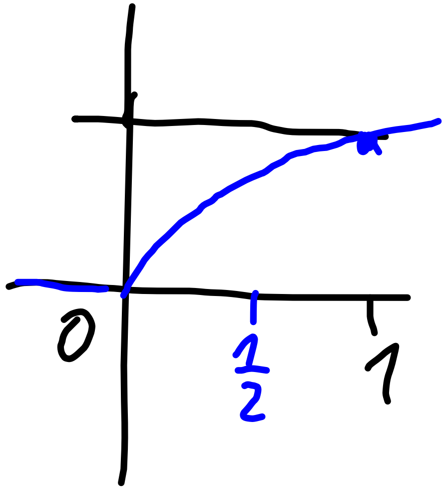
Nechť X je náhodná veličina s rovn. rozdělením na int. $\langle 0, 1\rangle$. Urněte rozdělení pstí (hustotu pstí) obsahu čtverce o straně X:

pro $a \in \langle 0, 1\rangle$ je

$$P(X^2 \le a) = P(X \le \sqrt{a}) = \sqrt{a}$$

Distr. fce je tedy

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t \le 0 \\ \sqrt{t} & \text{pro } 0 < t \le 1 \\ 1 & \text{pro } t > 1 \end{cases}$$



Hustota psti:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t \le 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{t}} & \text{pro } 0 < t \le 1 \\ 0 & \text{pro } t > 1 \end{cases}$$