

### Sada domácích úloh k přednášce Matematika IV

k odevzdání v týdnu 16. – 20. února 2009

**Příklad 1.** Rozhodněte o následujících množinách a operacích, jaké tvoří struktury (grupoid, pologrupa, grupa). Určete zda existují levé (pravé) neutrální prvky a zda je daná operace komutativní.

1. Podmnožiny množiny přirozených čísel spolu s operací průnik,
2. přirozená čísla spolu s binární operací největší společný dělitel,
3. množina všech invertibilních matic  $3 \times 3$  nad  $\mathbb{R}$  spolu se sčítáním,
4. množina všech matic  $3 \times 3$  nad  $\mathbb{R}$  spolu s násobením matic,
5. množina všech matic  $3 \times 3$  spolu se sčítáním matic,
6. množina všech invertibilních matic  $3 \times 3$  nad  $\mathbb{Z}_2$  s násobením matic,
7. množina  $(\mathbb{Z}_9, +)$ ,
8. množina  $(\mathbb{Z}_9, \cdot)$ ,

Svá tvrzení zdůvodněte (proč je něco např. pouze grupoid a není pologrupa ...). U posledního příkladu sestavte tabulku dané operace.

**Příklad 2.** Určete grupu

- rotačních
- všech

symetrií krychle (popište všechny symetrie). Jsou tyto grupy komutativní?

**Příklad 3.** Rozložte na součin transpozic následující permutaci:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 8 & 7 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Spočtete  $\sigma^{2009}$ .