Přehled rozložení náhodných veličin

V tomto přehledu jsou uvedeny vzorce pro pravděpodobnostní funkce, respektive hustoty pravděpodobnosti náhodných veličin, dále pro jejich střední hodnoty, rozptyly a popřípadě kovariance. Pro názornost uvádíme též grafy pravděpodobnostních funkcí či hustot pravděpodobnosti. V explicitním vyjádření některých hustot se vyskytuje funkce gama, která se v základním kursu matematické analýzy pro posluchače učitelského studia nepřednáší. Proto uvedeme nejprve její definici a některé vlastnosti.

Definice. Buď $s > 0$. Definujeme $\Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-t} t^{s-1} dt$.

Věta. Funkce $\Gamma(s)$ má následující vlastnosti:

(i) Je spojitá v každém bodě svého definičního oboru a má zde derivaci.

(ii) $\Gamma(s+1) = s\,\Gamma(s)$

(iii) Pro každé přirozené n platí $\Gamma(n) = (n-1)!$

(iv) $\Gamma(1) = 1, \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$

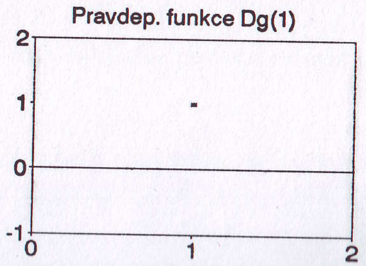
(v) $\frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} = \int_0^1 t^{p-1}(1-t)^{q-1} dt$ pro $p > 0, q > 0$.

Vybraná rozložení diskrétních náhodných veličin

1. Degenerované rozložení $Dg(\mu)$

Náhodná veličina $X \sim Dg(\mu)$ nabývá s pravděpodobností 1 pouze konstantní hodnoty μ.

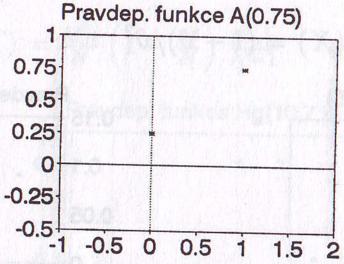
$$\pi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pro } x = \mu \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}, E(X) = \mu, D(X) = 0$$



2. Alternativní rozložení $A(\vartheta)$

Náhodná veličina $X \sim A(\vartheta)$ nabývá pouze hodnot 0 nebo 1, znamenající např. absenci nebo prezenci nějakého „úspěchu", jehož pravděpodobnost je ϑ, kde $\vartheta \in (0,1)$.

$$\pi(x) = \begin{cases} 1-\vartheta & \text{pro } x = 0 \\ \vartheta & \text{pro } x = 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}, E(X) = \vartheta, D(X) = \vartheta(1-\vartheta)$$



3. Binomické rozložení $Bi(n, \vartheta)$

Náhodná veličina $X \sim Bi(n, \vartheta)$ udává celkový počet úspěchů v posloupnosti n nezávisle opakovaných pokusů, přičemž v každém z těchto pokusu nastává „úspěch" s pravděpodobností ϑ, kde $\vartheta \in (0,1)$ a n je přirozené číslo.

$$\pi(x) = \begin{cases} \binom{n}{x}\vartheta^x(1-\vartheta)^{n-x} & \text{pro } x = 0, 1, \ldots, n \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

$E(X) = n\vartheta, D(X) = n\vartheta(1-\vartheta)$