

## Černobílé stromy

Binární vyhledávací stromy, jejichž uzly nesou kromě klíče další atribut – BARVU (černou nebo bílou).

Černobílý strom je binární vyhledávací strom, jehož každý uzel je obarven černou nebo bílou barvou. Musí splňovat tyto podmínky:

- 1) Kořen stromu je černý.
- 2) Je-li vnitřní uzel bílý, jeho následníci (pokud existují) jsou černí.
- 3) Všechny větve obsahují stejný počet černých uzlů.

### Přidávání uzlu:

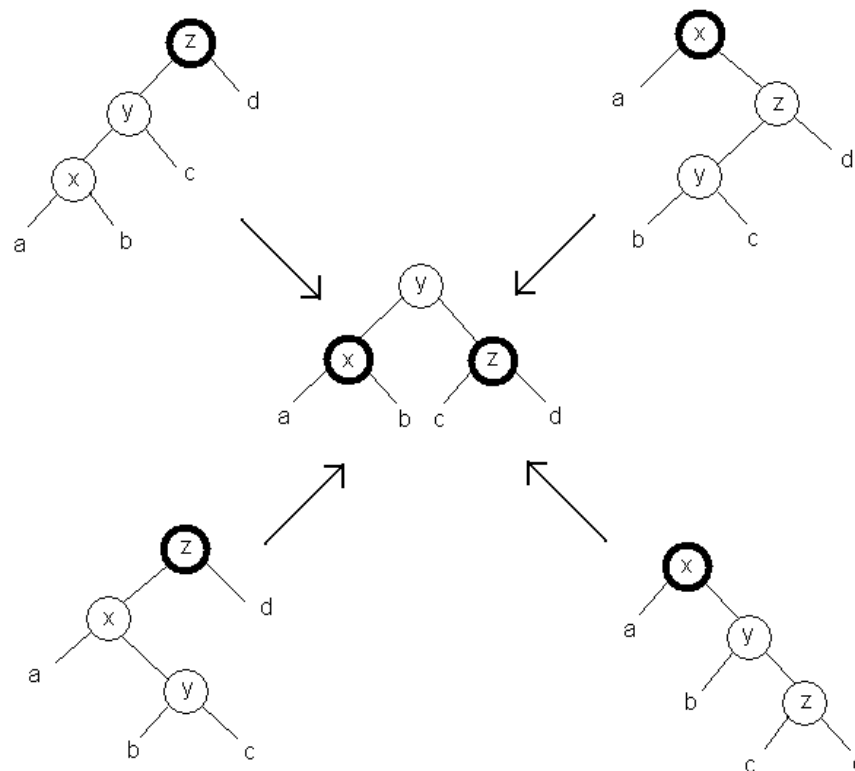
Přidávaný uzel bude bílý. Tím se nezmění černá hloubka podstromů, ale mohou se dostat pod sebe dva bílé uzly.

Se dvěma bílými uzly nad sebou a s černým uzlem nad nimi provedeme takovou rotaci, abychom snížili hloubku stromu, ale přebarvíme je tak, aby černá hloubka stromu zůstala zachována: kořen bude bílý a jeho dva následníci černí.

Tím se mohly pod sebe dostat dva bílé uzly. Proto celý postup opakujeme tak dlouho, dokud jsou někde pod sebou dva bílé uzly.

Zůstane-li bílý kořen, přebarvíme ho načerno. Tím se černá hloubka celého stromu zvýší o jedničku.

Složitost:  $\Theta(\log n)$



### Rušení uzlu:

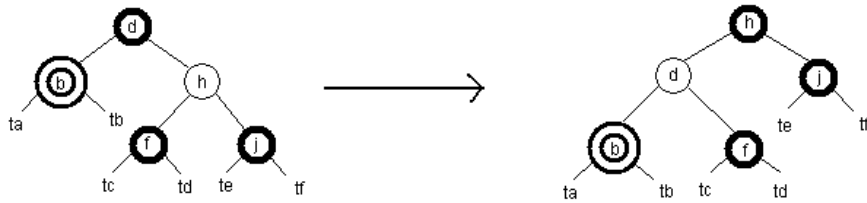
Rušení vnitřního uzlu převedeme na rušení listu. Je-li rušený list bílý, je rušení triviální – strom i bez listu zůstane černobílý. Je-li rušený list černý, je nutné jej nejdříve „odbarvit“. Odbarvíme-li černý list, stane se tento list bílým a můžeme ho snadno zrušit.

Operace odbarvení spočívá v přesunutí přebytečné černé barvy blíže ke kořeni tak, aby černé délky všech větví zůstaly stejné. Přitom může dojít k „přibarvení“ černého uzlu – přesuneme-li černou barvu na uzel, který byl sám černý, stane se tento uzel „dvojnásobně černý“ a je nutné jej dále odbarvovat (přesovat černou barvu blíže ke kořeni), aby byl každý uzel nejvýše jednou černý.

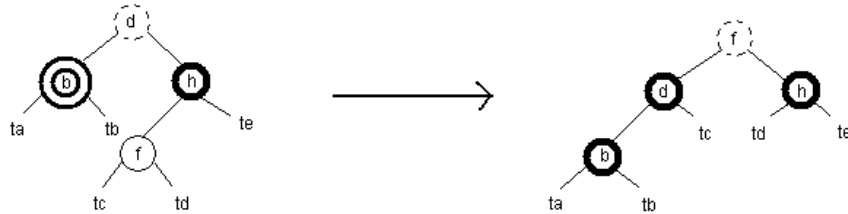
Stane-li se dvojnásobně černý kořen celého stromu, přebytečnou černou barvu z něj smažeme a necháme jej „jednou černý“. Tím se sníží černá hloubka celého stromu.

Složitost:  $\Theta(\log n)$

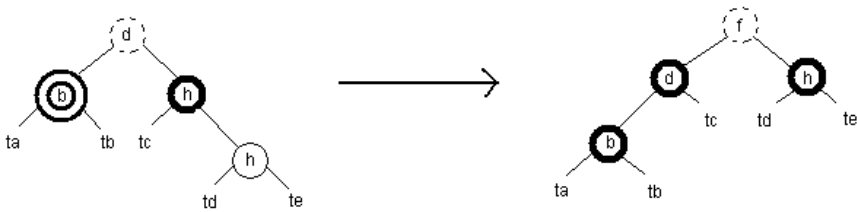
1) Bratr odbarvovaného uzlu je bílý



2a) Bratr odbarvovaného uzlu je černý, bližší synovec je bílý



2b) Bratr odbarvovaného uzlu je černý, vzdálenější synovec je bílý



2c) Bratr odbarvovaného uzlu je černý, oba synovci jsou černí

