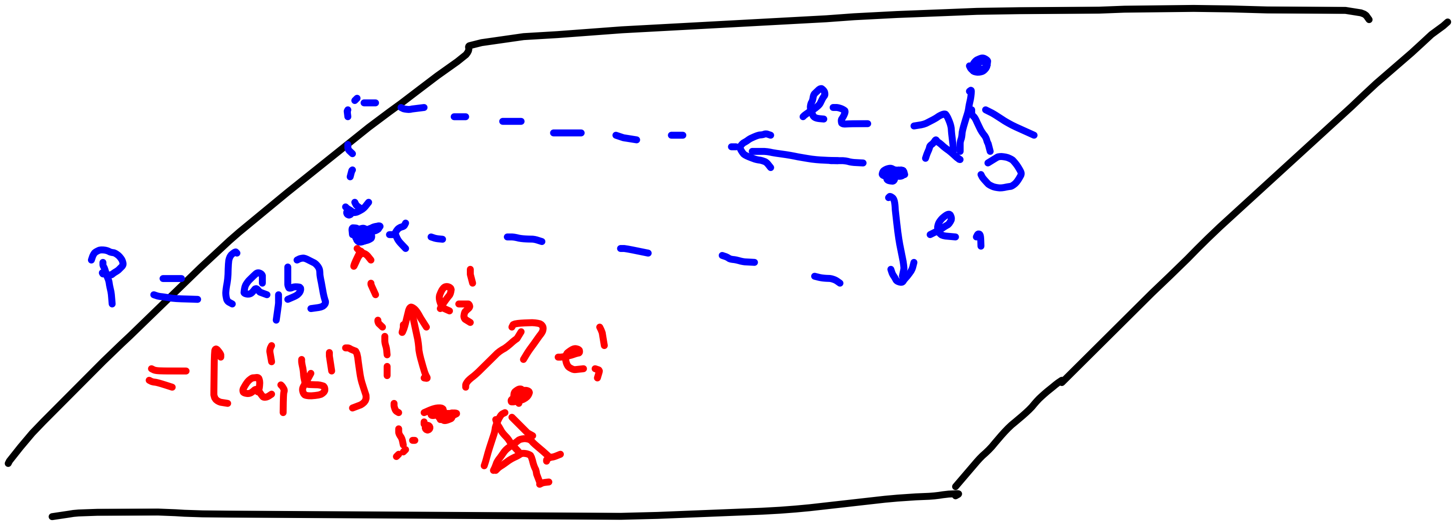
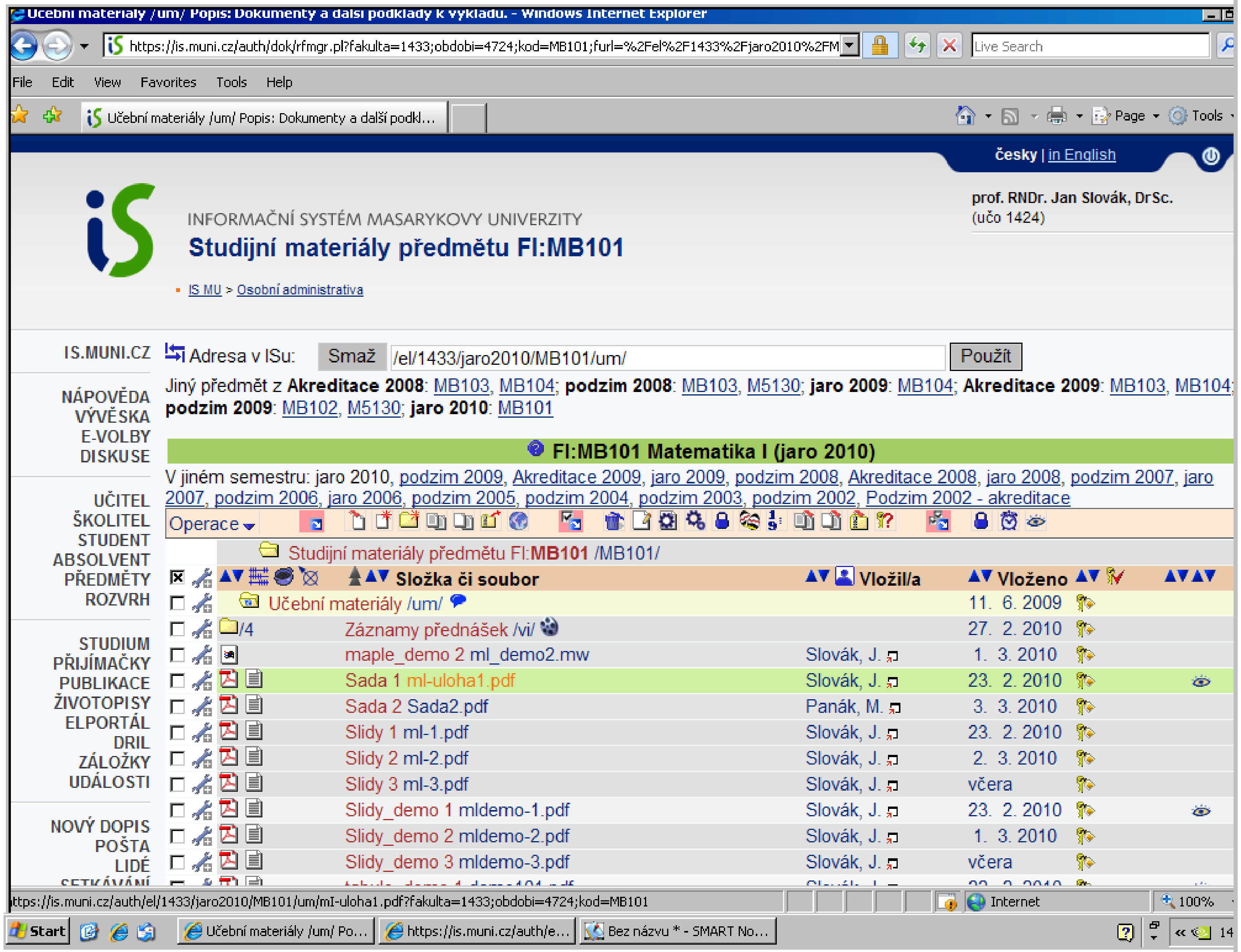
$O + ae_1 + be_2$





Název: III 9-14:17 (2 z 9)

Aby pozorovatel mohl vidět kolem sebe „dvojice reálných čísel“, musí si vybrat nějaký bod E_1, kterému řekne „bod $[1,0]$“ a jiný bod E_2, kterému začne říkat „bod $[0,1]$“. Sám přitom sedí v bodě O. Do všech ostatních se pak dostane tak, že poskočí „a–krát ve směru $[1,0]$“, pak „b–krát ve směru $[0,1]$“ a takovému bodu bude říkat „bod $[a,b]$“. Pokud to bude dělat obvyklým způsobem, nebude výsledek záviset na pořadí, tzn. může také napřed jít b–krát ve směru $[0,1]$ a pak teprve v tom druhém.

To, co jsme popsali, se nazývá volba **(afinního) souřadného systému v rovině**, bod O je jeho **počátkem**, posunutí $E_1 - O$ ztotožňujeme s dvojicí $[1,0]$, podobně u E_2 a obecně každý bod P roviny je ztotožněn s dvojicí čísel $[a,b] = P - O$.

Všimněme si, že zároveň volbou pevného počátku O jsou ztotožněny jednotlivé body P roviny s posuvy $v = P - O$ a že všechny takové posuvy umíme skládat (budeme říkat „sčítat“) a také jednotlivé směry násobit v poměru každého reálného čísla (budeme říkat „násobit skalárem“).

$$\underbrace{(A\cdot B)\cdot C} = \underbrace{A\cdot(B\cdot C)}$$

$$A=(a_{ij}) \qquad B=(b_{ij}) \qquad C=(c_{ij})$$

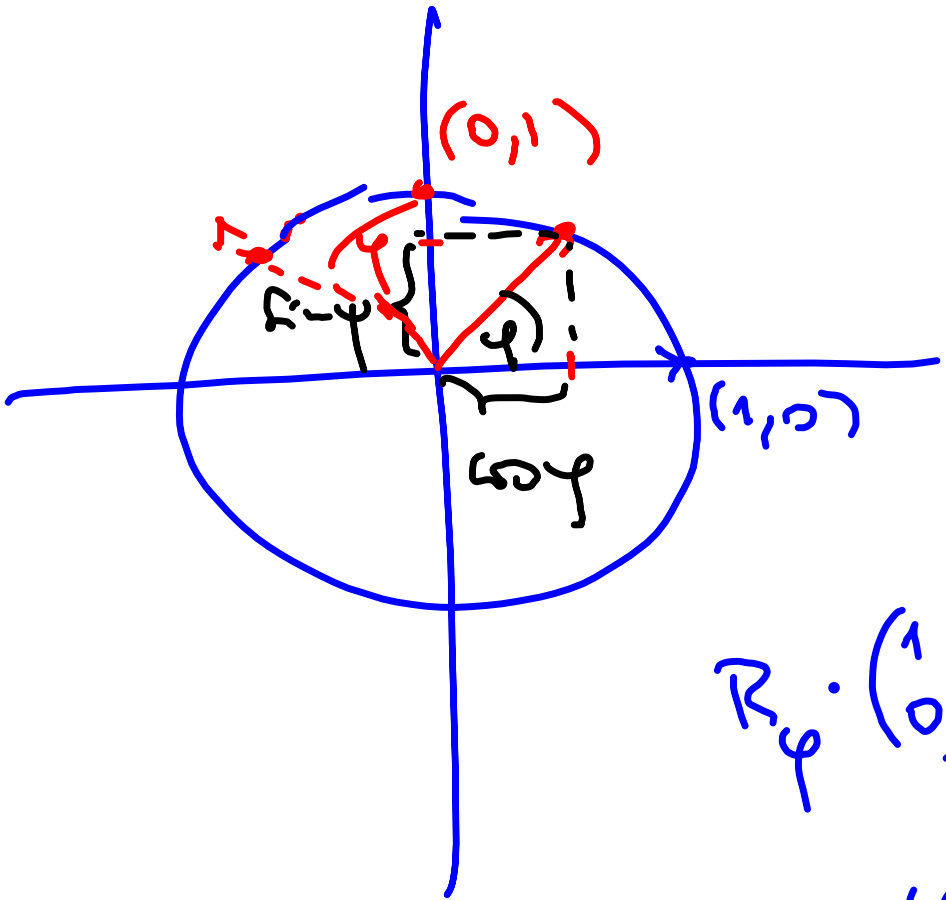
$$A\cdot B = \left(\sum_{j=1}^{2} a_{ij} b_{jk}\right)_{\substack{i=1,2\\ k=1,2}}$$

$$\left(\sum_{k}\left(\sum_{j} a_{ij} b_{jk}\right) c_{k\ell}\right)_{i\ell} = \left(\sum_{j} a_{ij}\left(\sum_{k} b_{jk} c_{k\ell}\right)\right)_{i\ell}$$

$A\cdot(B+C)$:

$$\sum_j a_{ij}\cdot(b_{jk}+c_{jk}) = \sum_j \left(a_{ij}b_{jk} + a_{ij}c_{jk}\right)$$

$$= (A\cdot B + A\cdot C)_{ik}$$



$$R_\varphi = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

$$R_\varphi \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$$

$$R_\varphi \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \Rightarrow a^2 + c^2 = 1$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \Rightarrow b^2 + d^2 = 1$$

$\|v\|^2 = v \cdot v$ a skalární součin

$$\|F(v+w)\|^2 = \|v+w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2 + \cancel{2}\,\|v\| \cdot \|w\|$$

$$\|F(v) + F(w)\|^2 = \|F(v)\|^2 + \|F(w)\|^2 + \cancel{2}\, F(v) \cdot F(w)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \text{ je kolmé na } \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \Rightarrow ab + cd = 0$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

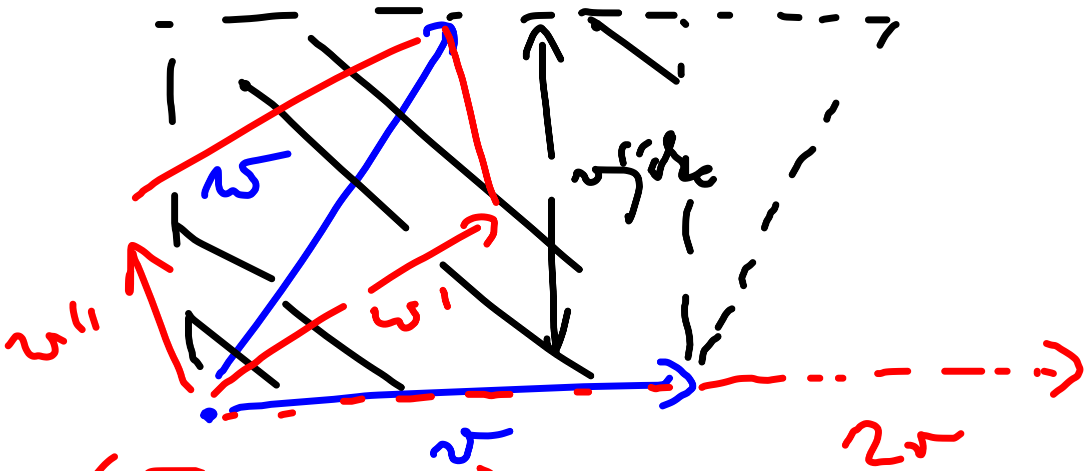
$$(ax+by)^2 + (cx+dy)^2 = \ldots$$

$$\ldots = x^2 + y^2$$

$w = w' + w''$

$$\mathrm{vol}(v, w' + w'') = \mathrm{vol}(v, w') + \mathrm{vol}(v, w'')$$

vdále: $\mathrm{vol}(v, w) = -\mathrm{vol}(w, v)$



$$\Rightarrow \mathrm{vol}\left(\sum_i a_i v_i, w\right) = \sum_i a_i \mathrm{vol}(v_i, w)$$

$$\mathrm{vol}(v, w)$$

$$\mathrm{vol}(2v, w) = 2 \cdot \mathrm{vol}(v, w)$$

$$\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - cb$$

$$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ v & s \end{array}$$

$\Rightarrow$ det je vol po ~~ro~~ rovnoběžníky