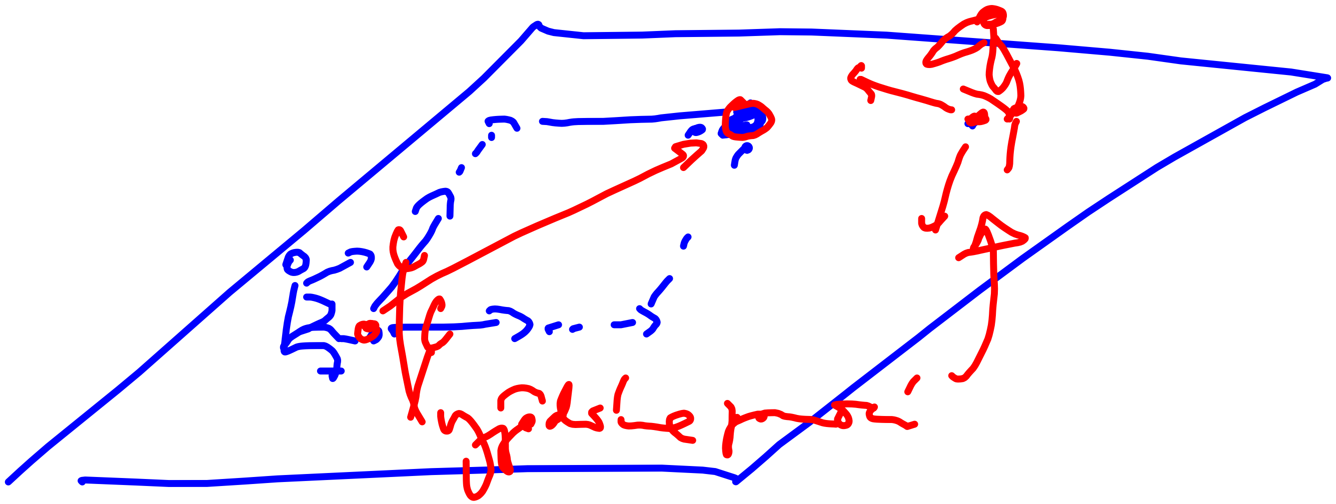

výsledné posunutí

Př. $p: \; 2x + y = 1$
$q: \; 4x - y = 2$

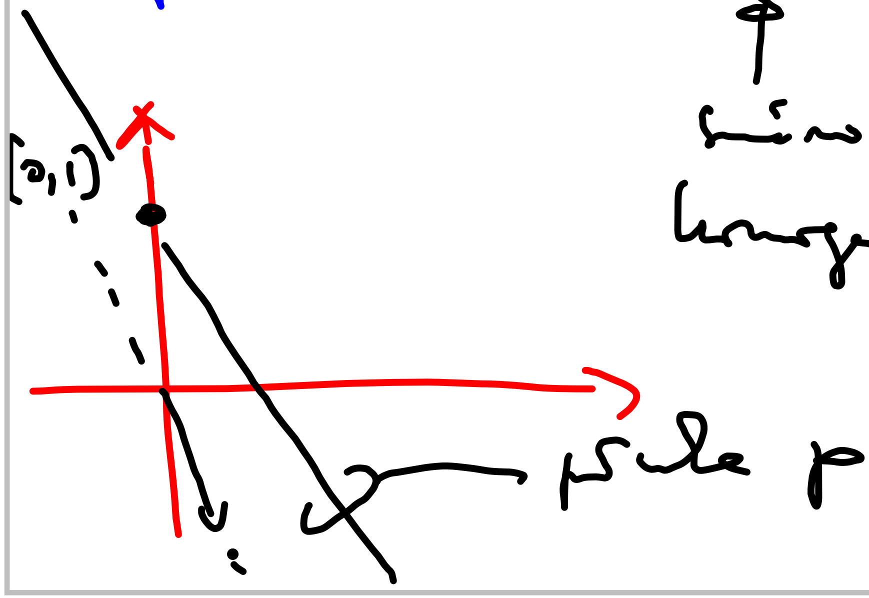
$$\left.\begin{aligned} p&: 2x+y=1 \\ q&: 4x-y=2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 6x = 3$$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 1/2 \\ y &= 0 \end{aligned}}$$

průsečík daných přímek $p \cap q$ je bod $[1/2, 0]$.

$p: \; [0,1] + t \cdot (1,-2)$

směrový vektor je řešením homogenní rovnice $2x + y = 0$



$$x' = \begin{pmatrix} x_1' \\ \vdots \\ x_n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + T \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Př. $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ se standardními souřadnicemi

vyjádřit v (A_1, u), $A_0 = [1, 1, 1]$,

$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $= x''$

Řeš.: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{3/2\, u_1 + 2 u_2}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 1/2\, u_1 + 1/2\, u_3 - 1/2\, u_2$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1/2\, u_2 + 1/2\, u_3 - 1/2\, u_1$

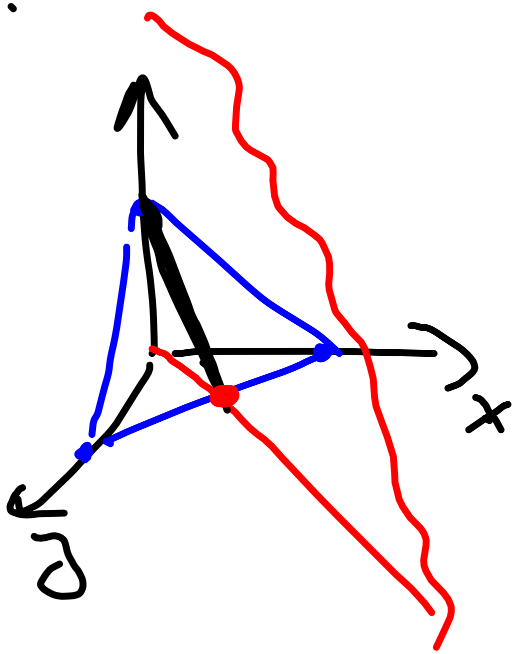
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1/2\, u_1 + 1/2\, u_2 - 1/2\, u_3$

do A_0 jde přes $\frac{1}{2} u_1 + \frac{1}{2} u_2 + 1/2\, u_3$

implicitní × parametrický popis :

systém lineárních rovnic

$$x+y+z=1$$
$$x-y=0$$



Bod + {zaměření}

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & +2 & +1 & +1 \end{array}\right)$$

$$z = t$$
$$y = \tfrac{1}{2}(1-t)$$
$$x = 1 - t - \tfrac{1}{2}(1-t)$$
$$= \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}t$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} x - 1/2 + 1/2\, t &= 0 \\ y - 1/2 + 1/2\, t &= 0 \\ z - t &= 0 \end{aligned}\right\} \quad t = z$$

$$\boxed{\begin{aligned} x + 1/2\, z &= 1/2 \\ y + 1/2\, z &= 1/2 \end{aligned}}$$

jiný implicitní popis než na předchozí obrazovce.

Implicit:

$$x - y + 2z = -1 \quad : \alpha$$

volné parametry

po homogení:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x = -1 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X := A + t v_1 + s v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$X := A + t v_1 + s v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x + 1 - t + 2s &= 0 \\ y - t &= 0 \\ z - s &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad x + 1 - y + 2z = 0$$

Př. Najděte rovinu určenou body

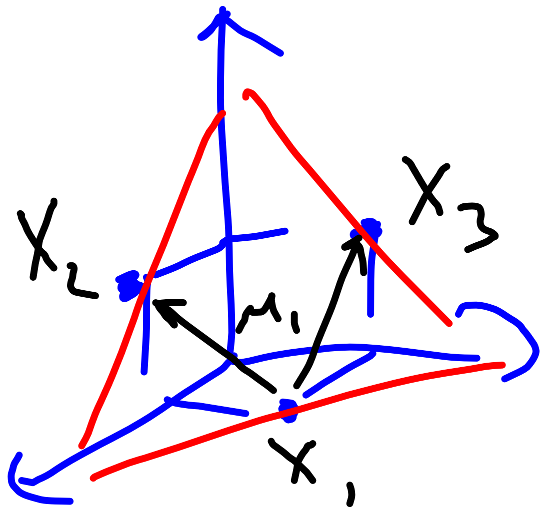
$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$u_1 = X_2 - X_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$u_2 = X_3 - X_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha \equiv X = X_1 + t u_1 + s u_2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Př. Najděte rovinu určenou body

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad X_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Spočtěte rovnici:

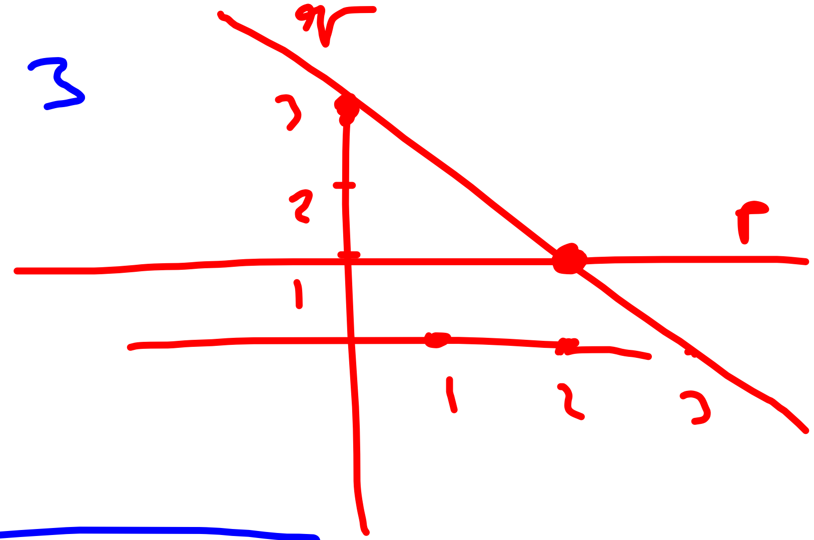
$ax + by + cz = d$: $\quad x + y + z = 2$ ✓

$$\left.\begin{aligned} X_1 &: a + b - d = 0 \\ X_2 &: b + c - d = 0 \\ X_3 &: a + c - d = 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} b - c &= 0 \\ b &= d/2 \\ c &= d/2 \\ a &= d/2 \end{aligned}$$

Příklad:

$p: X = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$q: \; x + y = 3$



$(0+t) + (1+0) = 3$

$\Rightarrow t = 2$

$$p: \begin{cases} x - t = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{p: \; y = 1}$$

$$p \cap q: \begin{cases} y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

v $\mathbb{R}^3$: $\alpha: \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

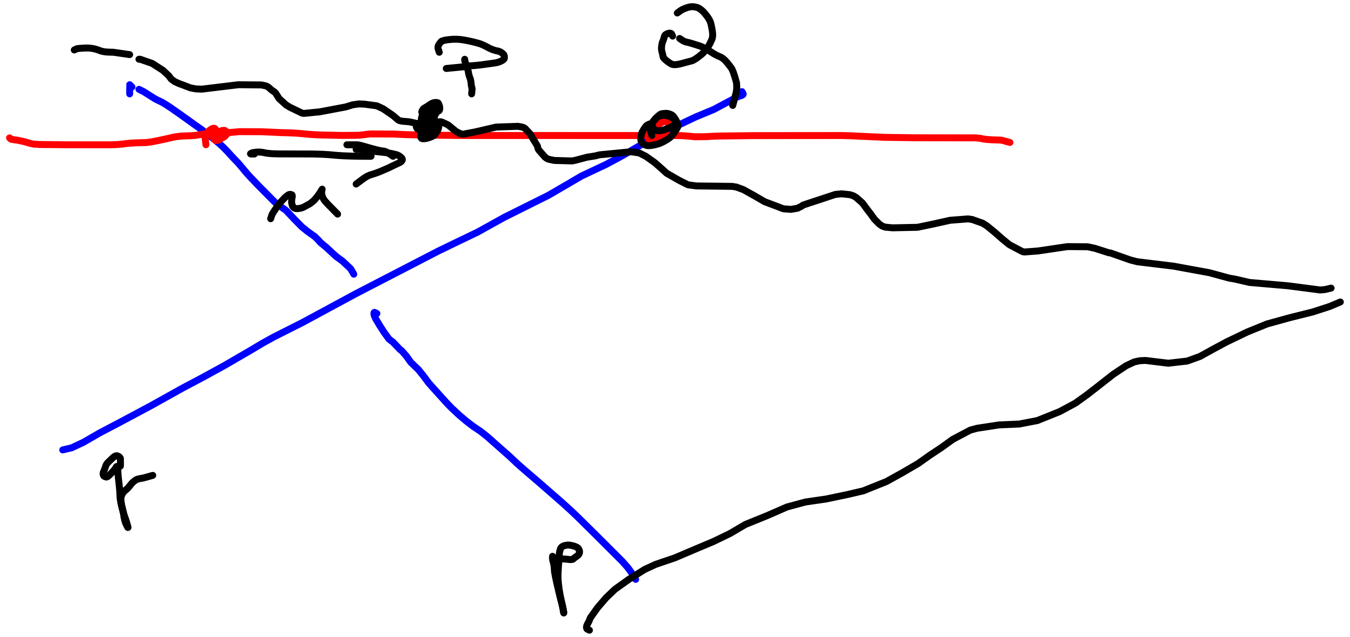
$\beta: \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} + r\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix} + q\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}$

$\alpha \cap \beta = ?$

$$\begin{aligned} x &= 1 + s = -q \\ y &= 1 + s = -r + q \\ z &= 1 + t + s = 1 - q \end{aligned}$$

$\rightsquigarrow$ řešení 1-parametrický systém

$\Rightarrow$ přímka

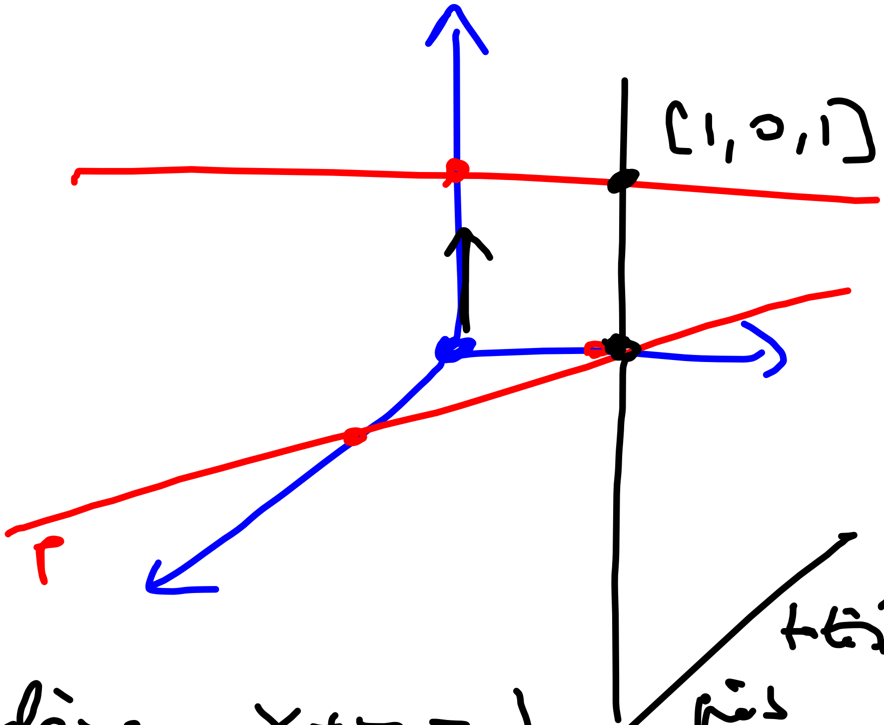


P
Q
u
q
p

Př. $p: \begin{cases} x+y=1 \\ z=0 \end{cases}$

$q: \begin{cases} y=0 \\ z=1 \end{cases}$

přímka se směrovým vektorem $(0,0,1) = u$



$\alpha: \langle p, u \rangle$ je dána $x+y=1$

$\alpha \cap q: \begin{cases} z=1 \\ y=0 \\ x+y=1 \end{cases} \Rightarrow x = 1$

která prochází $P=[0,0,0]$

$\alpha: \langle p, [0,0,0] \rangle$

dána $z = 0$

$\alpha \cap q = \emptyset$

$\Rightarrow$ není řešení