

81 Vypočítejte a proveďte zkoušku:

- | | |
|--|--|
| a) $\int (x^3 + x^2 - 2x) dx$ | l) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x}} dx$ |
| b) $\int (3x + 5) dx$ | m) $\int x\sqrt{x} \left(1 + \frac{5}{x\sqrt{x}}\right) dx$ |
| c) $\int (2x^{-3} - x^{-4}) dx$ | n) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2\right) \frac{1}{x^2} dx$ |
| d) $\int (x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{3}}) dx$ | o) $\int \sqrt[3]{x}(2x - \sqrt{x}) dx$ |
| e) $\int \left(\frac{x^3}{4} - \frac{4}{x^3}\right) dx$ | p) $\int (x^2 + 1)(x^2 - 3) dx$ |
| f) $\int \left(5\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right) dx$ | q) $\int (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) dx$ |
| g) $\int \frac{7}{2\sqrt{5x}} dx$ | r) $\int (x^2 - 2x) : x dx$ |
| h) $\int x^2(x - 2) dx$ | s) $\int \frac{x^4 - 1 + \sqrt{x}}{x^3} dx$ |
| i) $\int (x^2 + 4x)^2 dx$ | t) $\int \frac{x(\sqrt[3]{x} - x)}{\sqrt{x}} dx$ |
| j) $\int (1 + 2x)^3 dx$ | u) $\int \frac{(x - 1)^2}{\sqrt{x}} dx$ |
| k) $\int 5x^2\sqrt{x} dx$ | |

82 Vypočítejte a proveďte zkoušku:

- | | | |
|---|---------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\int \left(4 + \frac{1}{x}\right) dx$ | d) $\int \frac{1}{2x+1} dx$ | g) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x} dx$ |
| b) $\int \frac{1}{x+1} dx$ | e) $\int \frac{5}{1-3x} dx$ | h) $\int \frac{2\sqrt[3]{x}+3}{x} dx$ |
| c) $\int \frac{1}{5x+25} dx$ | f) $\int \frac{x^3+3x}{x^2} dx$ | i) $\int \frac{(x+1)^3}{x^2} dx$ |

83 Vypočítejte:

- | | | |
|--------------------------------------|--|---|
| a) $\int \frac{x^2 - 4}{x + 2} dx$ | d) $\int \frac{x^3 - 8}{x - 2} dx$ | g) $\int \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} dx$ |
| b) $\int \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} dx$ | e) $\int \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} dx$ | h) $\int \frac{2x^2 + x - 6}{2x - 3} dx$ |
| c) $\int \frac{x^3 + 1}{x + 1} dx$ | f) $\int \frac{\sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x} + 1} dx$ | i) $\int \frac{x^2 - 4x + 4}{4x^3 - 2x^4} dx$ |

84 Vypočítejte:

- | | | |
|---|---|--------------------------------------|
| a) $\int \frac{x^2 + 5x + 7}{x + 2} dx$ | c) $\int \frac{x^3 + 2x^2 - 10x}{x - 2} dx$ | e) $\int \frac{x^3}{x + 2} dx$ |
| b) $\int \frac{x^2 + 2x}{x - 1} dx$ | d) $\int \frac{x^3 + 3x}{x + 1} dx$ | f) $\int \frac{4x^2 - 3}{2x + 1} dx$ |

85 Vypočítejte a proveďte zkoušku:

- | | |
|----------------------------------|--|
| a) $\int (\sin x - 2 \cos x) dx$ | g) $\int (\cos 3x + 3x + 1) dx$ |
| b) $\int \sin 2x dx$ | h) $\int (3 \cos 3x + 1) dx$ |
| c) $\int \cos 4x dx$ | i) $\int \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) dx$ |
| d) $\int 3 \sin 6x dx$ | j) $\int \left(\sin \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) dx$ |
| e) $\int \cos (3x + 1) dx$ | k) $\int \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{x}{2} dx$ |
| f) $\int (\cos 3x + 1) dx$ | l) $\int \left(\sin \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) dx$ |

86 Vypočítejte a proveďte zkoušku:

- | | |
|---|--|
| a) $\int (\sin^2 x + \cos^2 x) dx$ | g) $\int \frac{1}{1 + \cos 2x} dx$ |
| b) $\int (\sin^2 x - \cos^2 x) dx$ | h) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$ |
| c) $\int (\cos^{-2} x + \sin^{-2} x) dx$ | i) $\int \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx$ |
| d) $\int \left(\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos^2 x}\right) dx$ | j) $\int \frac{\cos^2 2x}{1 + \sin 2x} dx$ |
| e) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$ | k) $\int \left(\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$ |
| f) $\int \operatorname{cotg}^2 x dx$ | l) $\int \left(\operatorname{cotg}^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx$ |

87 Vypočítejte a proveďte zkoušku:

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|------------------------|
| a) $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$ | c) $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$ | e) $\int \sin^2 5x dx$ |
| b) $\int \sin^2 x dx$ | d) $\int \cos^2 x dx$ | f) $\int \cos^2 6x dx$ |

88 Vypočítejte:

- | | | |
|-----------------------------------|--|------------------------------------|
| a) $\int \frac{3x^2}{1 + x^3} dx$ | d) $\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$ | g) $\int \operatorname{tg} x dx$ |
| b) $\int \frac{x^2}{1 + x^3} dx$ | e) $\int \frac{\sin x}{1 - \cos x} dx$ | h) $\int \operatorname{cotg} x dx$ |
| c) $\int \frac{5x^2}{1 + x^3} dx$ | f) $\int \frac{\cos x}{2 \sin x - 1} dx$ | i) $\int \operatorname{tg} 2x dx$ |

89 Vypočítejte a proveďte zkoušku:

- | | |
|--|---|
| a) $\int 2x(x^2 + 4)^5 dx$ | g) $\int x\sqrt{2x^2 - 8} dx$ |
| b) $\int 3x(x^2 - 1)^6 dx$ | h) $\int \sqrt{5 + 2x} dx$ |
| c) $\int x^2(4 + x^3)^4 dx$ | i) $\int 2x(x^2 + 3)^{-\frac{1}{2}} dx$ |
| d) $\int \frac{x^2}{(1 + 4x^3)^3} dx$ | j) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 10}} dx$ |
| e) $\int x(2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} dx$ | k) $\int \cos x(\sin x + 7)^2 dx$ |
| f) $\int x^2 \sqrt[3]{x^3 - 2} dx$ | l) $\int \sin x \sqrt{\cos x + \frac{\pi}{2}} dx$ |

Řešení:

- 81 a) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 + c$; h) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + c$; o) $\frac{6}{7}x^2 \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{6}{11}x \cdot \sqrt{x^5} + c$;
 b) $\frac{3}{2}x^2 + 5x + c$; i) $\frac{1}{5}x^5 + 2x^4 + \frac{16}{3}x^3 + c$; p) $\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 - 3x + c$;
 c) $-x^{-2} + \frac{1}{3}x^{-3} + c$; j) $x + 3x^2 + 4x^3 + 2x^4 + c$; q) $\frac{1}{2}x^2 - x + c$;
 d) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{9}{2}x^{\frac{2}{3}} + c$; k) $\frac{10}{7}x^3 \cdot \sqrt{x} + c$; r) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + c$;
 e) $\frac{1}{16}x^4 + \frac{2}{x^2} + c$; l) $\frac{2}{5}x^2 \cdot \sqrt{x} + c$; s) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2x^2} - \frac{2}{3x\sqrt{x}} + c$;
 f) $\frac{10}{3}x\sqrt{x} + \frac{8}{3}\sqrt[4]{x^3} + c$; m) $\frac{2}{5}x^2 \cdot \sqrt{x} + 5x + c$; t) $\frac{4}{7}x \cdot \sqrt[4]{x^3} - \frac{2}{5}x^2 \cdot \sqrt{x} + c$;
 g) $\frac{7}{5}\sqrt{5x} + c$; n) $-\frac{2}{3x\sqrt{x}} - \frac{2}{x} + c$; u) $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - \frac{4}{3}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$.
- 82 a) $4x + \ln|x| + c$; d) $\frac{1}{2}\ln|x + \frac{1}{2}| + c$; g) $x - 4\sqrt{x} + \ln|x| + c$;
 b) $\ln|x + 1| + c$; e) $-\frac{5}{3}\ln|3x - 1| + c$; h) $6 \cdot \sqrt[3]{x} + 3\ln|x| + c$;
 c) $\frac{1}{5}\ln|x + 5| + c$; f) $\frac{1}{2}x^2 + 3\ln|x| + c$; i) $\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3\ln|x| - \frac{1}{x} + c$.
- 83 a) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + c$; d) $\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 4x + c$; g) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + c$;
 b) $\frac{1}{3}x^3 - x + c$; e) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + x + c$; h) $\frac{1}{2}x^2 + 2x + c$;
 c) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + c$; f) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + x + c$; i) $\frac{1}{2x} - \frac{1}{2x^2} + c$.

- 84 a) $\frac{1}{2}x^2 + 3x + \ln|x + 2| + c$; d) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 4x - 4\ln|x + 1| + c$;
 b) $\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3\ln|x - 1| + c$; e) $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4x - 8\ln|x + 2| + c$;
 c) $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 2x - 4\ln|x - 2| + c$; f) $x^2 - x - \ln|x + \frac{1}{2}| + c$.
- 85 a) $-\cos x - 2\sin x + c$; e) $\frac{1}{3}\sin(3x + 1) + c$; i) $-2\cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) + c$;
 b) $-\frac{\cos 2x}{2} + c$; f) $\frac{1}{3}\sin 3x + x + c$; j) $-2\cos\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}x + c$;
 c) $\frac{1}{4}\sin 4x + c$; g) $\frac{1}{3}\sin 3x + \frac{3}{2}x^2 + x + c$; k) $-\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} + c$;
 d) $-\frac{1}{2}\cos 6x + c$; h) $\sin 3x + x + c$; l) $\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{1}{4}x^2 + c$.
- 86 a) $x + c$; e) $\operatorname{tg} x - x + c$; i) $x + \cos x + c$;
 b) $-\frac{1}{2}\sin 2x + c$; f) $-\operatorname{cotg} x - x + c$; j) $x + \frac{1}{2}\cos 2x + c$;
 c) $\operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x + c$; g) $\frac{1}{2}\operatorname{tg} x + c$; k) $-x + c$;
 d) $-2\operatorname{cotg} x - 3\operatorname{tg} x + c$; h) $\sin x - \cos x + c$; l) $-2\operatorname{cotg} x - x + c$.
- 87 a) $\frac{1}{2}x - \frac{\sin x}{2} + c$; c) $\frac{1}{2}x + \frac{\sin x}{2} + c$; e) $\frac{1}{2}x - \frac{\sin 10x}{20} + c$;
 b) $\frac{1}{2}x - \frac{\sin 2x}{4} + c$; d) $\frac{1}{2}x + \frac{\sin 2x}{4} + c$; f) $\frac{1}{2}x + \frac{\sin 12x}{24} + c$.
- 88 a) $\ln|1 + x^3| + c$; d) $\ln|2 + \sin x| + c$; g) $-\ln|\cos x| + c$;
 b) $\frac{1}{3}\ln|1 + x^3| + c$; e) $\ln|1 - \cos x| + c$; h) $\ln|\sin x| + c$;
 c) $\frac{5}{3}\ln|1 + x^3| + c$; f) $\frac{1}{2}\ln|2\sin x - 1| + c$; i) $-\frac{1}{2}\ln|\cos 2x| + c$.
- 89 a) $\frac{1}{6}(x^2 + 4)^6 + c$; e) $\frac{1}{6}(2x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} + c$; i) $2\sqrt{x^2 + 3} + c$;
 b) $\frac{3}{14}(x^2 - 1)^7 + c$; f) $\frac{1}{4} \cdot \sqrt[3]{(x^3 - 2)^4} + c$; j) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{(x^3 + 10)^2} + c$;
 c) $\frac{1}{15}(4 + x^3)^5 + c$; g) $\frac{1}{6}\sqrt{(2x^2 - 8)^3} + c$; k) $\frac{1}{3}(\sin x + 7)^3 + c$;
 d) $-\frac{1}{24}(1 + 4x^3)^{-2} + c$; h) $\frac{1}{3}\sqrt{(5 + 2x)^3} + c$; l) $-\frac{2}{3}\sqrt{(\cos x + \frac{\pi}{2})^3} + c$.
- 90 a) $\sin x - x \cos x + c$; e) $\frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x) + c$; i) $2x \sin x - (x^2 - 2)\cos x + c$;
 b) $\cos x + x \sin x + c$; f) $\frac{e^x}{2}(\sin x + \cos x) + c$; j) $e^x(x^2 - 2x + 2) + c$;
 c) $e^x(x - 1) + c$; g) $\frac{1}{2}\sin^2 x + c$; k) $\frac{e^{2x}}{4}(2x - 1) + c$;
 d) $x \ln x - x + c$; h) $x^2(\frac{\ln x}{2} - \frac{1}{4}) + c$; l) $\frac{1}{2}\ln^2 x + c$.
- 91 a) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x + \frac{2}{3}$; b) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{10}{3}x + 1$.

19.15 Určitý integrál

- 92 a) 6; b) -30; c) $16\frac{2}{3}$; d) 21; e) 1; f) 0; g) $\frac{4}{3}$; h) $\ln\sqrt{2}$; i) $18\frac{2}{3}$; j) $e - \frac{1}{e}$;
 k) $\ln 2$; l) $\ln\sqrt{5}$. 93 $c = 2$. 94 $a = 3 \wedge b = 1$. 95 $a = 2 \wedge b = -3 \wedge c = 1$.
 96 $a = 2 \wedge b = 1$. 97 a) $a = 1$; b) $a = 4$. 98 $a = 1 \wedge b = -2$.
 99 $(a = -4 \wedge b = -1) \vee (a = 1 \wedge b = 4)$.

19.16 Obsah rovinného obrazce

- 100 a) $\frac{8}{3}$; b) $\frac{10}{3}$; c) $\frac{16}{3}$; d) $\ln 10 \doteq 2,30$; e) 2; f) 2; g) $e - 2 \doteq 0,72$; h) 1.
 101 a) $\frac{32}{3}$; b) $\frac{8}{3}$; c) $4\frac{1}{2}$; d) 9. 102 a) 16; b) π . 103 a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{32}{3}$; c) $4\frac{1}{2}$;
 d) $4\frac{1}{2}$; e) $\frac{32}{3}$; f) $\frac{8}{3}$; g) 4; h) 0; i) $\frac{1}{3}$; j) $\frac{4}{3}$; k) $\frac{3}{2} - \ln 4 \doteq 0,11$; l) $\frac{4}{3}$.
 104 a) $2\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3} - \frac{1}{3}\pi \doteq 0,68$; c) 8; d) 0. 105 a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{128}{15}$. 106 a) $\frac{1}{2}$;
 b) $\frac{1}{2}$. 107 a) $\frac{1}{2}$; b) $\ln 4 \doteq 1,39$; c) 4. 108 $\frac{8}{3}\sqrt{2}$. 109 2.